http://www.lungteng.com.tw

龍騰文化

數學統測最前線

109

龍騰貼心服務，給您最精準的分析！！

電子檔案可於龍騰網下載
https://ltn.tw/DIG4mT2

109 年 統測數學 A 考情趨勢與考題剖析

109 年統測數學 A 考情趨勢

一、試題分析

109 年數學(A)試題分布尚算平均，唯不等式太多（3題）、機率太少（1題），但指數與對數及其應用單元，2題都是對數題型且難度偏高，對數 A 的同學來說不易得分。整份試卷有七成以上的題型在各出版社的課本或總複習講義中曾經出現過，所以對認真且付出時間的同學來說是會有回報的一份試卷！預估平均分數將會較前一年提高4～6分左右。

❶基本公式題：

第 9 題：了解百分等級的意義即可。

第 12 題：直線的斜率公式。

第 15 題：向量的內積公式使用。

第 19 題：分點公式與距離公式的應用題。

第 24 題：只要能理解題目搭配餘弦定理即可解題。

❷基本概念題：

第 1 題：等比數列的定義。

第 2 題：基本的機率題型。

第 3 題：綜合除法的常見題型。

第 5 題：組合的基本題型。

第 6 題：整係數一次因式檢驗法的基礎題型。

82001N/B/0000000

第 7 題：利用生活常識即可求解。

第 10 題：等差數列的基本概念。

第 11 題：資料的線性變換基礎題。

第 16 題：點到直線的距離公式應用題。

第 17 題：利用圓的直徑兩端點求出圓心、半徑再代入圓的標準式即可。

第 18 題：基本的特別角三角函數求值。

第 20 題：百分比$=\dfrac{\text{抽中總次數}}{\text{全部次數}}\times 100\%$。

❸稍微有點變化題：

第 4 題：利用除法原理即可解題。

第 8 題：不等式及方程式兩單元的結合題型。

第14題：簡單的三角函數求值搭配正弦定理即可解題。

❹需思考與計算較難的題目：

第 13 題：利用$\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$解題的對數方程式題型。

第 21 題：（本份試卷最難題）對數方程式的應用題型。

第 22 題：線性規劃的經典題型。

第 23 題：經典的三角函數求極值題型。

第 25 題：絕對值不等式的變化題。

二、配分比例表

單元名稱	題數	單元名稱	題數
直線方程式	3	圓與直線	1
三角函數及其應用	4	數列與級數	2
向量	1	排列組合	2
式的運算	3	機率	1
指數與對數及其應用	2	統計	3
不等式及其應用	3		

總分

109 統測數學 A 考題剖析

數學 A 參考公式

1. 若α、β為一元二次方程式$ax^2+bx+c=0$的兩根，則$\alpha+\beta=\dfrac{-b}{a}$、$\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$
2. 點$P(x_0,y_0)$到直線L：$ax+by+c=0$的距離為$\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$
3. 餘弦定理：$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$
4. $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$，$R$為$\triangle ABC$外接圓的半徑

單選題（每題 4 分，共 100 分）

(　　) 1. 若在1和2之間插入二個數，使其成等比數列，則這二個數的乘積為何？
(A)1　(B)2　(C)4　(D)8。

(　　) 2. 由 5 位三年級、4 位二年級、3 位一年級的學生組成一糾察隊。今欲從此隊的學生中任選一位當隊長，若每位學生被選到的機會均等，則隊長為二年級學生的機率為何？
(A)$\dfrac{1}{12}$　(B)$\dfrac{1}{5}$　(C)$\dfrac{1}{4}$　(D)$\dfrac{1}{3}$。

(　　) 3. 設$f(x)=3x^3-7x^2+4x-6=a+b(x-2)+c(x-2)^2+d(x-2)^3$，
則$a-b-c-d=$？
(A)-28　(B)-26　(C)-22　(D)-18。

(　　) 4. 設$f(x)$為一多項式。若$f(x)$除以$x-\dfrac{1}{3}$的商式為$q(x)$，餘式為r，則$f(x)$除以$6x-2$的商式與餘式分別為何？
(A)商式為$q(x)$，餘式為r　(B)商式為$\dfrac{q(x)}{6}$，餘式為r
(C)商式為$\dfrac{q(x)}{6}$，餘式為$6r$　(D)商式為$6q(x)$，餘式為$6r$。

(　　) 5. 某班有30位學生，其中20位男生、10位女生。今任選二位擔任班長和副班長，若規定其中一位是男生，另一位是女生，則共有幾種選法？

(A) 200　(B) 400　(C) 435　(D) 870。

(　　) 6. 設 $f(x)=2x^3+x^2-7x-6$，則下列何者<u>不為</u> $f(x)$ 的因式？

(A) $x+1$　(B) $x-2$　(C) $2x+3$　(D) $2x-1$。

(　　) 7. 某校舉辦新生盃網球個人賽，比賽採單淘汰制，也就是比賽一場輸的就淘汰，勝的晉級到下一輪比賽。若有32位新生參加比賽，則共要舉辦多少場比賽，才會產生冠軍？

(A) 31　(B) 32　(C) $\frac{32\times 31}{2}$　(D) 32×31。

(　　) 8. 設不等式 $ax^2+2x+b>0$ 的解為 $-1<x<2$，則下列何者是以 a, b 為兩根的方程式？

(A) $x^2+2x-8=0$　(B) $x^2-2x-8=0$　(C) $x^2+3x-15=0$

(D) $x^2-6x+8=0$。

(　　) 9. 某次模擬考有10000人參加，若小明的百分等級是95，則小明的排名會在下列哪個區間？

(A) $[401,500]$　(B) $[501,600]$　(C) $[9401,9500]$　(D) $[9501,9600]$。

(　　) 10. 表(一)是某年某月的月曆，若在其中框選任一個有九個數的大方格

a_1	a_2	a_3
a_4	a_5	a_6
a_7	a_8	a_9

（如表(一)中的粗黑框），則下列何者<u>不正確</u>？

日	一	二	三	四	五	六
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

表(一)

(A) $a_1, a_2, \cdots, a_9$ 成等差數列　(B) a_4 是 a_1 和 a_7 的等差中項

(C) $a_1+a_2+\cdots+a_9=9a_5$　(D) $a_1+a_5+a_9=a_3+a_5+a_7$。

(　　) 11. 某班期中考的數學成績平均分數為48分，標準差為8分。今將每人的分數都乘以 a 再加2分，若調整後成績的標準差為10分，則調整後成績的平均分數為幾分？

(A) 58　(B) 60　(C) 62　(D) 64。

( ) 12. 設m_1為過$A\left(\frac{7}{2},-3\right)$、$B\left(\frac{1}{2},3\right)$兩點的直線斜率，$m_2$為直線$x-3y=4$的斜率，$m_3$為直線$y=3$的斜率，則$m_1$、$m_2$、$m_3$的大小為何？

(A) $m_1>m_2>m_3$ (B) $m_2>m_3>m_1$ (C) $m_3>m_2>m_1$ (D) $m_1>m_3>m_2$。

( ) 13. 設α、β為方程式$\log_{10}(x-5)-2\log_{(x-5)}10=1$的兩根，則$2\alpha\beta=$？

(A) 1051 (B) 1061 (C) 1071 (D) 1081。

( ) 14. 已知$\triangle ABC$中，$\overline{BC}=8$，且$\cos A=\frac{3}{5}$，則$\triangle ABC$外接圓的半徑為何？

(A) 4 (B) 5 (C) 8 (D) 10。

( ) 15. 設$\overrightarrow{a}$與$\overrightarrow{b}$兩向量的夾角為$60°$，且$\left|\overrightarrow{a}\right|=2$，$\left|\overrightarrow{b}\right|=3$，

則$\left(3\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}\right)\cdot\left(\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}\right)=$？

(A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 18。

( ) 16. 設$\triangle ABC$中，A點的坐標為$(-2,7)$，且B、C兩點均在直線$3x-4y=6$上。若$\triangle ABC$的面積為16，則$\overline{BC}$的長度為何？

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 8。

( ) 17. 設$A(5,2)$與$B(-1,-6)$為平面上兩點。若$\overline{AB}$為圓C的直徑，則圓C的方程式為何？

(A) $(x+2)^2+(y-2)^2=100$ (B) $(x+2)^2+(y-2)^2=25$

(C) $(x-2)^2+(y+2)^2=100$ (D) $(x-2)^2+(y+2)^2=25$。

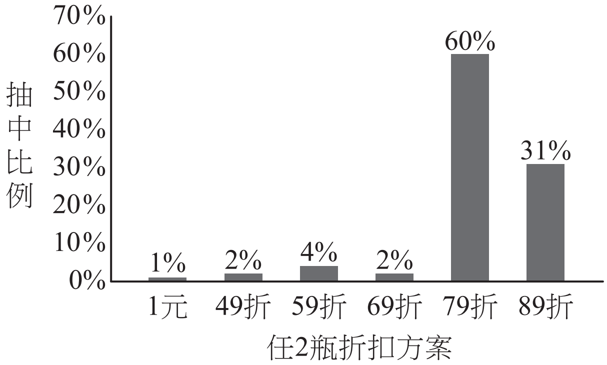
( ) 18. $\sin\frac{8\pi}{3}+\cos\left(\frac{-\pi}{6}\right)+\tan\frac{13\pi}{4}=$？

(A) $-1-\sqrt{3}$ (B) $1-\sqrt{3}$ (C) $-1+\sqrt{3}$ (D) $1+\sqrt{3}$。

( ) 19. 將火車站與甲、乙、丙三家標示於坐標平面上，設火車站與甲、乙兩家的坐標分別為$(0,0)$、$(-2,-5)$、$(4,7)$，且甲、乙、丙三家共線。若丙家介於甲、乙兩家之間，且丙家到甲家距離為丙家到乙家距離的兩倍，則丙家到火車站的距離為何？

(A) $\sqrt{7}$ (B) $\sqrt{11}$ (C) $\sqrt{13}$ (D) $\sqrt{15}$。

(　　) 20. 某超商舉辦買飲料電腦抽獎活動，獎項分別有任 2 瓶 1 元、任 2 瓶 49 折、任 2 瓶 59 折、任 2 瓶 69 折、任 2 瓶 79 折、任 2 瓶 89 折。由於大家都不知道各獎項的中獎比例，因此某人號召參加抽獎的網友告知抽到的獎項。統計 100 次抽獎的結果如圖(一)。事後又再統計另外 50 次抽獎的次數分配表如表(二)，則此 150 次抽獎的統計結果，任 2 瓶 79 折的百分比為多少？



圖(一)

獎項（任2瓶）	1元	49 折	59 折	69 折	79 折	89 折
次數	1	1	2	1	36	9

表(二)

(A) 36%　(B) 48%　(C) 60%　(D) 64%。

(　　) 21. 設直線 $y=k$ 與兩指數函數 $y=2^x+3$ 、 $y=2^x$ 的圖形分別交於 A 、 B 兩點。若 $\overline{AB}=4$ ，則 $k=$ ？

(A) $\frac{14}{5}$　(B) 3　(C) $\frac{16}{5}$　(D) $\frac{17}{5}$ 。

(　　) 22. 設 (a,b) 為聯立不等式 $\begin{cases} 6x+y\le 6 \\ 3x+2y\le 6 \\ x,\ y\ge 0 \end{cases}$ 的解，則 $5a+2b$ 的最大值為何？

(A) $\frac{15}{3}$　(B) $\frac{18}{3}$　(C) $\frac{22}{3}$　(D) $\frac{34}{3}$ 。

(　　) 23. 設 x 為任意實數，則 $f(x)=-2\sin^2 x-\sin x+2$ 的最大值為何？

(A) 1　(B) $\frac{15}{8}$　(C) $\frac{17}{8}$　(D) 5 。

(　　) 24. 設甲、乙兩人同時從點 O 朝不同方向行走，甲往東 $27°$ 南直線走了 450 公尺到達 A 點，乙往南 $57°$ 西直線走了 750 公尺到達 B 點，則 A 、 B 兩點的距離為多少公尺？

(A) 1050　(B) 1350　(C) 1800　(D) 2100。

(　　) 25. 滿足不等式 $3\le|2x-1|\le 12$ 的整數解個數為何？

(A) 4　(B) 5　(C) 8　(D) 10。

109 年統一入學測驗 數學(A)

答 案

1.B	2.D	3.A	4.B	5.B	6.D	7.A	8.B	9.A	10.A
11.C	12.B	13.C	14.B	15.A	16.C	17.D	18.D	19.C	20.D
21.C	22.C	23.C	24.A	25.D					

本試題答案係依據統一入學測驗中心公布之標準答案

1. 技巧與分析

a, b, c 為等比數列，公比為 r，

則此三數可寫成 a, ar, ar^2

解析

設此二數為 x、y

則 $1, x, y, 2$ 四數成等比數列

設公比為 r

得 $x=r$，$y=r^2$，$2=r^3$

故 $x\times y=r\times r^2=r^3=2$

2. 技巧與分析

$$\text{機率}=\frac{\text{事件元素個數}}{\text{樣本空間元素個數}}$$

解析

$$P=\frac{C_1^4}{C_1^{12}}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

3. 技巧與分析

綜合除法的應用

解析

令 $x-2=0$，$x=2$，則

$$\begin{array}{rrrr|l}
3 & -7 & +4 & -6 & 2 \\
 & +6 & -2 & +4 & \\
\hline
3 & -1 & +2 & \underline{-2} & \to a \\
 & +6 & +10 & & \\
\hline
3 & +5 & \underline{12} & \to b & \\
 & +6 & & & \\
\hline
3 & \underline{11} & \to c & & \\
\downarrow & & & & \\
d & & & &
\end{array}$$

得 $a-b-c-d=-2-12-11-3=-28$

4. 技巧與分析

除法原理

解析

由題意知 $f(x)\div\left(x-\frac{1}{3}\right)=q(x)......r$

$\Rightarrow\ f(x)=\left(x-\frac{1}{3}\right)\times q(x)+r$

$\Rightarrow\ f(x)=(6x-2)\times\frac{q(x)}{6}+r$

得所求之商式為 $\frac{q(x)}{6}$，餘式為 r

5. 技巧與分析

組合公式：自 n 個相異物中任取 r 個的情形共有 C_r^n 種

解析

$C_1^{20}\times C_1^{10}\times C_1^2\times C_1^1=400$

6. 技巧與分析

整係數一次因式檢驗法：

若 $ax+b$ 為 $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots$

$+a_1x+a_0$ 的一次因式

其中 a、b 為整數且互質

則 $a|a_n$ 且 $b|a_0$

解析

由整係數一次因式檢驗法知

$f(x)$ 可能的一次因式有：

$x\pm1$、$x\pm2$、$x\pm3$、$x\pm6$、$2x\pm1$、$2x\pm3$

任用其中一個因式去除 $f(x)$

若整除即可將 $f(x)$ 分解

$$\begin{array}{rrrr|r} 2 & +1 & -7 & -6 & -1 \\ & -2 & +1 & +6 & \\ \hline 2 & -1 & -6 & \boxed{0} & \end{array}$$

得 $f(x)=(x+1)(2x^2-x-6)$

$=(x+1)(x-2)(2x+3)$

故選(D)

〔另解〕

$\because$ $f(x)=2x^3+x^2-7x-6$ 的

奇次數項係數和 = 偶次數項係數和

$\therefore$ $f(x)$ 必有 $x+1$ 的因式

$\Rightarrow$ $f(x)=(x+1)(2x^2-x-6)$

$=(x+1)(x-2)(2x+3)$

7. 技巧與分析

樹狀圖的概念

解析

$\because$ 32位選手要比16場；晉級16位再比8場；再晉級8位再比4場，依此類推

故共有 $16+8+4+2+1=31$ 場比賽

〔另解〕

因為產生1位冠軍選手要淘汰其他31人

故必須有31場比賽

8. 技巧與分析

(1) 若 $a<b$

$(x-a)(x-b)<0 \Leftrightarrow a<x<b$

(2) 方程式 $(x-a)(x-b)=0$ 的根為

$x=a$ ， $x=b$

解析

$\because$ $-1<x<2$

$\therefore$ $(x+1)(x-2)<0$

$\Rightarrow$ $x^2-x-2<0$

$\overset{\times(-2)}{\Rightarrow}$ $-2x^2+2x+4>0$ ，得 $a=-2$ ， $b=4$

又以 -2、4 為根的方程式為 $(x+2)(x-4)=0$

故所求為 $x^2-2x-8=0$

9. 技巧與分析

(1) PR 值的概念

(2) PR 值最大為99

解析

$\because$ $99-95=4$ 且 $\dfrac{10000}{100}=100$

$\therefore$ 小明至少輸了 $4\times100=400$ 人

又其最差名次為 $5\times100=500$

故小明的排名在 $[401,500]$

10. 技巧與分析

等差數列的概念

解析

$\because$ 9, 10, 11, 16, 17, 18, 23, 24, 25

不為等差數列

故選(A)

11. 技巧與分析

n 筆資料 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 的平均數為 $\overline{x}$ ，標準差為 S_x ，若 $y_i=ax_i+b$

則 $\overline{y}=a\overline{x}+b$ ， $S_y=|a|\times S_x$

解析

$\because$ 標準差只與倍數有關

$\therefore$ $10=8\times a \Rightarrow a=\dfrac{5}{4}$

故調整後成績的平均分數為 $48\times\dfrac{5}{4}+2=62$

12. 技巧與分析

(1) $A(x_1,y_1)$ 、 $B(x_2,y_2)$

則 $m_{\overline{AB}}=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ （ $x_1\neq x_2$ ）

(2) L ： $ax+by+c=0$ ， $m=-\dfrac{a}{b}$ （ $b\neq0$ ）

(3) 水平線的斜率 $m=0$

解析

$m_1=\dfrac{3-(-3)}{\frac{1}{2}-\frac{7}{2}}=\dfrac{6}{-3}=-2$

$m_2=-\dfrac{1}{-3}=\dfrac{1}{3}$ ， $m_3=0$

$\therefore$ $m_2>m_3>m_1$

13. 技巧與分析

利用 $\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$ 的概念去解對數方程式

解析

令 $\log_{10}(x-5)=t$，則 $\log_{(x-5)}10=\dfrac{1}{t}$

$\therefore$ 原式 $\Rightarrow\ t-2\times\dfrac{1}{t}=1$

$\Rightarrow\ t^2-t-2=0$

$\Rightarrow\ (t-2)(t+1)=0$

$\Rightarrow\ t=2$ 或 $t=-1$

即 $\log_{10}(x-5)=2$ 或 $\log_{10}(x-5)=-1$

$\Rightarrow\ x-5=10^2=100$ 或 $x-5=10^{-1}=\dfrac{1}{10}$

$\Rightarrow\ x=105$ 或 $x=\dfrac{51}{10}$

故 $2\alpha\beta=2\times105\times\dfrac{51}{10}=1071$

14. 技巧與分析

正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=2R$

解析

$\because\ \cos A=\dfrac{3}{5}\ \Rightarrow\ \sin A=\dfrac{4}{5}$

又 $\overline{BC}=a=8$

由正弦定理知 $\dfrac{a}{\sin A}=2R$

$\Rightarrow\ \dfrac{8}{\frac{4}{5}}=2R\ \Rightarrow\ 10=2R\ \Rightarrow\ R=5$

15. 技巧與分析

(1) $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=\left|\overrightarrow{a}\right|\times\left|\overrightarrow{b}\right|\times\cos\theta$

(2) $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{a}=\left|\overrightarrow{a}\right|^2$

解析

$\because\ \overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=\left|\overrightarrow{a}\right|\times\left|\overrightarrow{b}\right|\times\cos60^\circ=2\times3\times\dfrac{1}{2}=3$

則 $\left(3\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}\right)\cdot\left(\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}\right)$

$=3\left|\overrightarrow{a}\right|^2+5\times\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}-2\left|\overrightarrow{b}\right|^2$

$=3\times2^2+5\times3-2\times3^2$

$=12+15-18=9$

16. 技巧與分析

$P(x_1,y_1)$ 與 L ：$ax+by+c=0$

的距離 $d=\dfrac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

解析

$\because$ $A(-2,7)$ 與直線 $3x-4y=6$ 的距離為 $\triangle ABC$ 在 $\overline{BC}$ 邊上的高

即高 $=\dfrac{|-6-28-6|}{5}=8$

故 $\triangle ABC$ 面積 $=\dfrac{\overline{BC}\times8}{2}=16\ \Rightarrow\ \overline{BC}=4$

17. 技巧與分析

圓的標準式：

以 $M(h,k)$ 為圓心，r 為半徑的圓方程式為

$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$

解析

$\because$ $\overline{AB}$ 為圓 C 的直徑

$\therefore$ 圓心 M 為 $\overline{AB}$ 中點

即 $M\left(\dfrac{5+(-1)}{2},\dfrac{2+(-6)}{2}\right)=(2,-2)$

且半徑 $r=\overline{MA}=\sqrt{(2-5)^2+(-2-2)^2}=5$

得圓方程式為 $(x-2)^2+(y+2)^2=5^2=25$

18. 技巧與分析

特別角的三角函數值之計算

解析

$\sin\dfrac{8}{3}\pi+\cos\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)+\tan\dfrac{13}{4}\pi$

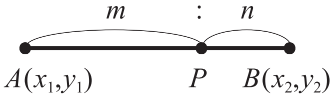
$=\sin480^\circ+\cos(-30^\circ)+\tan585^\circ$

$=\sin120^\circ+\cos(-30^\circ)+\tan225^\circ$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1=1+\sqrt{3}$

19. 技巧與分析

分點公式：



$\overline{AP}:\overline{PB}=m:n$

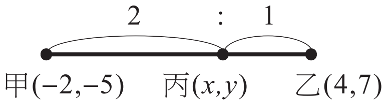
$P\left(\dfrac{mx_2+nx_1}{m+n},\dfrac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$

解析

由題意知，甲、乙、丙三點共線

且$\overline{甲丙}=2\times\overline{乙丙}$

圖示如下：



設丙家坐標為(x,y)

由分點公式知

$(x,y)=\left(\dfrac{2\times4+1\times(-2)}{2+1},\dfrac{2\times7+1\times(-5)}{2+1}\right)=(2,3)$

得丙$(2,3)$與火車站$(0,0)$的距離為

$\sqrt{(2-0)^2+(3-0)^2}=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$

20. 技巧與分析

百分比$=\dfrac{\text{抽中總次數}}{\text{全部次數}}\times100\%$

解析

抽中任 2 瓶 79 折的總次數為

$100\times60\%+36=96$ 次

$\therefore$ 百分比為

$\dfrac{96}{100+50}\times100\%=0.64\times100\%=64\%$

21. 技巧與分析

$a^x=b \Leftrightarrow x=\log_a b$

（$a>0$，$a\neq1$，$b>0$）

解析

$\because$ A、B 兩點為 $y=k$ 與 $y=2^x+3$ 與 $y=2^x$ 的交點（$k>0$）

$\therefore$ $A:\begin{cases}y=k\\y=2^x+3\end{cases} \Rightarrow 2^x+3=k$

$\Rightarrow 2^x=k-3 \Rightarrow x=\log_2(k-3)$

$B:\begin{cases}y=k\\y=2^x\end{cases}$

$\Rightarrow 2^x=k \Rightarrow x=\log_2 k$

$\because$ $\overline{AB}=4$，則$\log_2 k-\log_2(k-3)=4$

（$\because$ $\log_2 k>\log_2(k-3)$）

$\Rightarrow \log_2\dfrac{k}{k-3}=\log_2 16 \Rightarrow \dfrac{k}{k-3}=16$

$\Rightarrow k=16k-48 \Rightarrow 15k=48$

$\Rightarrow k=\dfrac{48}{15}=\dfrac{16}{5}$

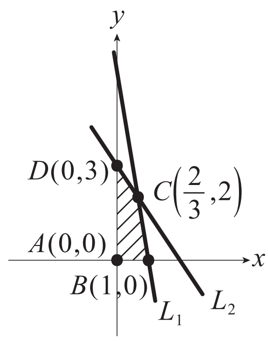
22. 技巧與分析

線性規劃：先畫出可行解區域，再將所有頂點坐標代入目標函數即可解題

解析

令L_1：$6x+y=6$、L_2：$3x+2y=6$

圖解如下：



可行解區域為斜線部分

其頂點為$A(0,0)$、$B(1,0)$、$C\left(\dfrac{2}{3},2\right)$、$D(0,3)$

將 A、B、C、D 代入 $f(x,y)=5x+2y$ 得

$f(0,0)=0$，$f(1,0)=5$，$f\left(\dfrac{2}{3},2\right)=\dfrac{22}{3}$，

$f(0,3)=6$

得最大值為$\dfrac{22}{3}$

23. 技巧與分析

三角函數的極值

解析

$f(x)=-2\sin^2 x-\sin x+2$

令 $\sin x=t$（$-1\le t\le 1$）

則 $f(t)=-2t^2-t+2$

$$=-2\left[t^2+\frac{1}{2}t+\left(\frac{1}{4}\right)^2\right]-(-2)\times\left(\frac{1}{4}\right)^2+2$$

$$=-2\left(t+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{17}{8}$$

則 $\begin{cases} f\left(-\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{17}{8} \\ f(-1)=1 \\ f(1)=-1 \end{cases}$ $\Rightarrow$ 得最大值為 $\dfrac{17}{8}$

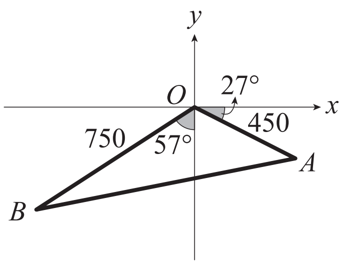
24. 技巧與分析

餘弦定理：

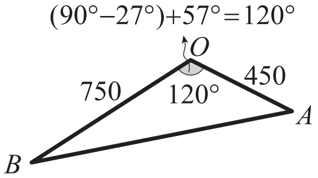
$a^2=b^2+c^2-2bc\times\cos A$

解析

圖形如下：



將△OAB 重新表示



由餘弦定理得

$$\begin{aligned}\overline{AB}^2&=450^2+750^2-2\times450\times750\times\cos120^\circ\\&=202500+562500+337500\\&\quad(=450\times450+750\times750+450\times750\\&\quad=150\times150\times(3\times3+5\times5+3\times5)\\&\quad=150^2\times49=150^2\times7^2=1050^2)\\&=1102500\end{aligned}$$

$\Rightarrow$ $\overline{AB}=\sqrt{1102500}=1050$（公尺）

25. 技巧與分析

$|x|=\begin{cases} x，x\ge 0 \\ -x，x<0 \end{cases}$

解析

$\because$ $3\le|2x-1|\le 12$

$\Rightarrow$ $3\le 2x-1\le 12$ 或 $3\le-(2x-1)\le 12$

$\Rightarrow$ $4\le 2x\le 13$ 或 $-12\le 2x-1\le -3$

$\Rightarrow$ $2\le x\le\dfrac{13}{2}$ 或 $-11\le 2x\le -2$

$\Rightarrow$ $2\le x\le\dfrac{13}{2}$ 或 $-\dfrac{11}{2}\le x\le -1$

得 $x=2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$ 或 $-5,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1$

共10個整數解

109 年 統測數學 B 考情趨勢與考題剖析

109 統測數學 B 考情趨勢

一、試題分析

1. 難易適中：

   近幾年的統測試題都相當穩定，各章節考題皆偏向基本計算，惟重點觀念仍需正確。

2. 試題簡易化，重視基本觀念：

   此份考題，第 2、3、4、6、10、20、23、24 題皆為觀念正確、了解題目敘述所代表之數學概念，即可輕易解答。

   第 13、19 題雖為二次曲線之考題，但實則為第一章直線方程式之基本運算。

3. 提升閱讀能力，將有助於快速理解題目與數學的關聯性：

   不難看出許多考題仍以素養方式敘述，舉凡第 3、8、20、24 題。同學可特別注意此類考題常常偏容易，主要測驗考生對生活中數學敘述的理解能力。

4. 部分題型有答案逆推或是侷限之現象，並出現普高題型但技高改得較簡易：

   第 7 題：利用 $-1\le x\le 5$ 推算出絕對值不等式及二次不等式較不容易，但由答案計算符合相同範圍則為簡易。

   第 17 題：普高考題針對奇函數做定積分，因積分範圍為正負對稱，即可知悉答案為 0。所幸計算過程不難，考生亦可嘗試實際代入計算定積分值。

   第 18 題：與雙曲線不相交直線有無限多條，漸近線則為其中兩條，而答案即為漸近線，讓此題符合技高所學內容。

   第 21 題：此為普高三根之根與係數，巧妙利用已知一根，再運用綜合除法，將方程式降為二次後，再利用二次方程式之根與係數。

   第 22 題：技高較缺乏解聯立時有平方之計算，此題設計讓 A、B 兩點之 y 坐標相同，減低所需的計算量。

5. 考題規律剖析：

   106、107 年考題按照章節順序命題，而去年與今年皆無此規律。今年再度以公平原則分配答案平均，A～D 各出現 6～7 次，並且選項中的答案若為數值，都會按照大小順序出現，對於數感較好的同學將有利於答案正確性的分析。

二、配分比例表

單元名稱	題數	單元名稱	題數
直線方程式	0	不等式及其應用	2
三角函數	2	排列組合	2
向量	1	機率	2
指數與對數及其運算	1	統計	2
數列與級數	1	三角函數的應用	2
式的運算	3	二次曲線	4
方程式	1	微積分及其應用	2

109 統測數學 B 考題剖析

總　　分

數學 B 參考公式

1. 二倍角公式：$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$
2. 設有一組母體資料 $x_1, x_2, \cdots, x_N$，其算術平均數為 μ，則母體標準差為 $\sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{N}\left(x_i-\mu\right)^2}{N}}$
3. 點 $P\left(x_0, y_0\right)$ 到直線 L：$ax+by+c=0$ 的距離為 $\dfrac{\left|ax_0+by_0+c\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}$
4. 參考數值：$\log_{10}2 \approx 0.3010$、$\log_{10}3 \approx 0.4771$、$\log_{10}5 \approx 0.6990$、$\log_{10}7 \approx 0.8451$

單選題（每題 4 分，共 100 分）

(　　) 1. 若 $\sin 2\theta = \dfrac{1}{2}$，則 $\left(\sin\theta+\cos\theta\right)^2 =$ ？

(A) $\dfrac{1}{4}$　(B) $\dfrac{3}{4}$　(C) 1　(D) $\dfrac{3}{2}$。

(　　) 2. 若 θ 為一個象限角，且由計算器得知 $\sin\theta$ 及 $\cos\theta$ 都小於 0，則 θ 為哪一象限角？

(A)第一象限　(B)第二象限　(C)第三象限　(D)第四象限。

(　　) 3. 某一個電腦的過關遊戲中，從據點 A 到據點 C 必須經過據點 B。若從據點 A 到據點 B 可以選擇的路徑有 2 條，從據點 B 到據點 C 可以選擇的路徑有 3 條，則從據點 A 到據點 C 有幾種走法？

(A) 5　(B) 6　(C) 8　(D) 9。

(　　) 4. 若 $f\left(x\right)=x+\pi^2$，其中 π 為圓周率，則 $f'\left(x\right)=$ ？

(A) 1　(B) $1+\pi$　(C) $1+2\pi$　(D) $1+\pi^2$。

(　　) 5. 若 θ 為第二象限角，且 $\sin\theta = \dfrac{\sqrt{7}}{4}$，則 $\cos\theta =$ ？

(A) $\dfrac{-3}{4}$　(B) $\dfrac{-\sqrt{5}}{4}$　(C) $\dfrac{\sqrt{5}}{4}$　(D) $\dfrac{3}{4}$。

(　　) 6. 已知甲、乙兩人同時投資不同股票且兩人的投資互不影響。若甲的獲利機率為 0.5，乙的獲利機率為 0.8，則兩人同時獲利的機率為何？

(A) 0.8　(B) 0.65　(C) 0.5　(D) 0.4。

(　　) 7. 若點 A 與點 B 在數線上的坐標分別是 -1 與 5，則線段 $\overline{AB}$（包含兩端點，如圖(一)所示）是下列哪一個不等式之解的圖形？

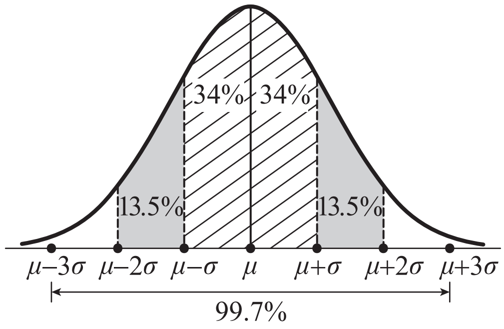
圖(一)

(A) $|x-1|\le 4$　(B) $|x+1|\le 5$　(C) $x^2-4x-5\le 0$　(D) $x^2+6x+5\le 0$。

(　　) 8. A 公司提供的免費午餐有素食及葷食二種選擇。根據某員工在公司的用餐習慣，用素食的隔天再用素食的機率為 0.8，而用葷食的隔天用素食的機率為 0.5。若該員工星期二用葷食，則星期四用素食的機率為何？

(A) 0.25　(B) 0.4　(C) 0.64　(D) 0.65。

(　　) 9. 已知某項考試共有 3600 人應考，考試成績近似常態分配，如圖(二)所示，又考試成績的平均分數 μ 為 65 分，標準差 σ 為 10 分。若成績高於 85 分的人數為 x，則下列何者正確？



圖(二)

(A) $x\le 50$

(B) $51\le x\le 150$

(C) $151\le x\le 250$

(D) $251\le x\le 350$。

(　　) 10. 已知某班學生期中考數學科平均成績為 45 分。若老師將每位學生數學科成績加 20 分，則該科的統計資料中平均數、中位數、眾數、標準差在下列敘述中何者正確？

(A)僅平均數加 20 分　(B)僅平均數、中位數加 20 分

(C)僅標準差未加 20 分　(D)全部都加 20 分。

(　　) 11. 2^{1000} 大約等於下列何者？

(A) 10^{100}　(B) 10^{200}　(C) 10^{300}　(D) 10^{400}。

(　　) 12. 若 $a+a^{-1}=2$，則 $a^3+a^{-3}=$？

(A) 2　(B) 4　(C) 6　(D) 8。

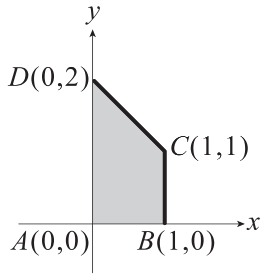
(　　) 13. 若 A、B 兩點分別是拋物線 $y=x^2$ 與直線 $x=-3$、$x=1$ 的交點，則直線 $\overleftrightarrow{AB}$ 與下列哪一條直線平行？

(A) $y=-2x$　(B) $y=\dfrac{-1}{2}x$　(C) $y=\dfrac{1}{2}x$　(D) $y=2x$。

(　　) 14. 已知$(x+1)^3$除$f(x)$的餘式為x^2-2x+3。若$(x+1)^2$除$f(x)$的餘式為$ax+b$，則$a+b=$？

(A)-2　(B)-1　(C)3　(D)4。

(　　) 15. 如圖(三)所示，四邊形$ABCD$的四個頂點為$A(0,0)$、$B(1,0)$、$C(1,1)$及$D(0,2)$，則四邊形$ABCD$區域為下列哪一個聯立不等式的圖解？



圖(三)

(A)$\begin{cases}0\le x\le 1\\0\le y\le 2\\x+2y\le 2\end{cases}$　(B)$\begin{cases}0\le x\le 1\\0\le y\\2x+y\le 2\end{cases}$

(C)$\begin{cases}0\le x\le 1\\0\le y\le 1\\x+y\le 2\end{cases}$　(D)$\begin{cases}0\le x\le 1\\0\le y\\x+y\le 2\end{cases}$。

(　　) 16. 利用降階法將行列式$\begin{vmatrix}1&-1&-2\\2&1&1\\1&2&1\end{vmatrix}$依第二列展開，可得

$a\cdot\begin{vmatrix}-1&-2\\x&1\end{vmatrix}+b\cdot\begin{vmatrix}1&y\\1&1\end{vmatrix}+c\cdot\begin{vmatrix}1&-1\\1&z\end{vmatrix}$，則$a+b+c+x+y+z=$？

(A)-4　(B)0　(C)5　(D)6。

(　　) 17. 求$\int_{-2}^{2}\left(30x^5-16x^7-20x^3\right)dx=$？

(A)-192　(B)-6　(C)0　(D)192。

(　　) 18. 若C為坐標平面上的雙曲線，且其方程式為$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$，則下列哪一條直線與$C$沒有交點？

(A)$y=\frac{-2}{5}x$　(B)$y=\frac{-1}{5}x$　(C)$y=\frac{3}{5}x$　(D)$y=\frac{4}{5}x$。

(　　) 19. 已知圓$C:(x-3)^2+(y-2)^2=1$。若點P是圓C上一點，則P到直線$L:3x+4y+8=0$的最短距離為何？

(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4。

(　　) 20. A學校桌球校隊有甲、乙、丙、丁、戊五位選手，有一天A學校桌球校隊與他校進行友誼賽。由於時間關係，只進行單打、雙打比賽各一場，且兩場比賽同時進行。若任意推出選手參賽（不考慮默契等因素），則A學校可推出的參賽選手名單有多少種？

(A) 12　(B) 30　(C) 125　(D) 243。

(　　) 21. 已知α 、 β及-3為方程式$x^3-x^2-11x+3=0$的三個相異解。求$\left|\alpha-\beta\right|=$？

(A)$2\sqrt{3}$　(B)4　(C)6　(D)$4\sqrt{5}$ 。

(　　) 22.已知$A\left(-1,4\right)$、$B\left(5,4\right)$為坐標平面上兩點。若拋物線H ：$y=C\left(x-h\right)^2$通過A 、B兩點，則$C+h=$？

(A)$\dfrac{13}{5}$　(B)$\dfrac{22}{9}$　(C)$\dfrac{18}{7}$　(D)$\dfrac{17}{4}$ 。

(　　) 23. 已知$A\left(3,1\right)$ 、 $B\left(2,-3\right)$ 、 $C\left(7,-1\right)$及$D\left(x,y\right)$為坐標平面上的四個點。若$\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CD}$ ，則$x+y=$？

(A)-8　(B)-4　(C)5　(D)6 。

(　　) 24. 某部以“尋寶”為主題的電影中，男主角進到第二道關卡時看到了一扇巨大的鐵門，門邊有 100 個按鈕，每個按鈕都有一個數字，分別是從 1 到 100。牆上有一個過關提示，上面印著：“有一個等差數列，其第 11 項和第 16 項分別為 31 和 56，按下該數列第 20 項數字的按鈕，鐵門就會打開”，則按下哪一個數字的按鈕就會開門？

(A) 65　(B) 76　(C) 83　(D) 99。

(　　) 25. 某甲沿著馬路向正前方一棟大樓直線前進，抬頭看大樓頂端的仰角為 30 度，走了 100 公尺後，第二次抬頭看大樓頂端，此時的仰角為 45 度，則第二次抬頭看大樓時距離大樓還有多遠？

(A)$25\left(\sqrt{3}-1\right)$　(B)$50\left(\sqrt{3}+1\right)$　(C)$100\left(\sqrt{3}-1\right)$　(D)$100\left(\sqrt{3}+1\right)$ 。

109 年統一入學測驗　數學(B)

答　案

1.D	2.C	3.B	4.A	5.A	6.D	7.C	8.D	9.B	10.C
11.C	12.A	13.A	14.A	15.D	16.B	17.C	18.D	19.D	20.B
21.A	22.B	23.C	24.B	25.B					

本試題答案係依據統一入學測驗中心公布之標準答案

1. 技巧與分析

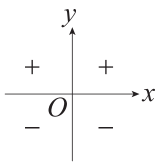
$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$，$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta$

解析

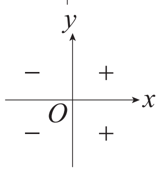
$$\begin{aligned}(\sin\theta+\cos\theta)^2&=\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta\\&=1+2\sin\theta\cos\theta\\&=1+\sin 2\theta\\&=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\end{aligned}$$

2. 技巧與分析

$\sin\theta$ 正負圖



$\cos\theta$ 正負圖



解析

$\sin\theta<0$

$\Rightarrow$　θ 可能為第三或第四象限角……①

$\cos\theta<0$

$\Rightarrow$　θ 可能為第二或第三象限角……②

由①②得 θ 為第三象限角

3. 技巧與分析

乘法原理

解析

A 至 C 包含 步驟一：A 至 B，2 種方法

步驟二：B 至 C，3 種方法

根據乘法原理共有 $2\times3=6$ 種走法

4. 技巧與分析

多項式微分

$f(x)=x^n$（$n\neq0$）

$\Rightarrow$　$\dfrac{df(x)}{dx}=f'(x)=nx^{n-1}$

$f(x)=k$，k 為常數　$\Rightarrow$　$\dfrac{df(x)}{dx}=f'(x)=0$

解析

$f(x)=x+\pi^2$（π 為圓周率　$\Rightarrow$　π 為常數）

$\Rightarrow$　$f'(x)=1+0=1$

5. 技巧與分析

廣義角之三角函數：

若 $P(x,y)$ 為標準位置角 θ 終邊上的一點

令 $r=\sqrt{x^2+y^2}$　$\Rightarrow$　$\sin\theta=\dfrac{y}{r}$，$\cos\theta=\dfrac{x}{r}$

解析

$\sin\theta=\dfrac{\sqrt7}{4}=\dfrac{y}{r}$（$\because$　$r>0$）

$\Rightarrow$　取 $r=4$，$y=\sqrt7$

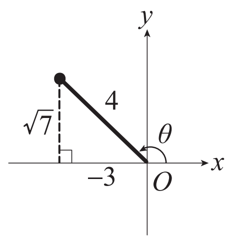
$\Rightarrow$　$r=\sqrt{x^2+y^2}$

$\Rightarrow$　$4=\sqrt{x^2+7}$

$\Rightarrow$　$16=x^2+7$

$\Rightarrow$　$x^2=9$

$\Rightarrow$　$x=\pm3$



$\because$　θ 為第二象限角　$\Rightarrow$　$x<0$

$\therefore$　$x=-3$

則 $\cos\theta=\dfrac{x}{r}=\dfrac{-3}{4}$

6. 技巧與分析

獨立事件：若 A 、 B 為獨立事件

$\Leftrightarrow\ P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

解析

令 $P(甲)=0.5$ ，表示甲獲利機率

$P(乙)=0.8$ ，表示乙獲利機率

$P(兩人同時獲利)=P(甲\cap 乙)$

$\because$ 投資互不影響

$\therefore$ 兩人投資獲利獨立

$\Rightarrow\ P(甲\cap 乙)=P(甲)\times P(乙)$

$=0.5\times 0.8=0.4$

7. 技巧與分析

(1) 二次不等式：若 $a<b$ 且 $(x-a)(x-b)\le 0$

$\Rightarrow\ a\le x\le b$

(2) 絕對值不等式： $|x|\le k$ （ $k\ge 0$ ）

$\Rightarrow\ -k\le x\le k$

解析

如題目所敘述， x 的範圍為 $-1\le x\le 5$

考慮每個選項所得出 x 解之情形

(A) $|x-1|\le 4$

$\Rightarrow\ -4\le x-1\le 4$

$\Rightarrow\ -3\le x\le 5$

(B) $|x+1|\le 5$

$\Rightarrow\ -5\le x+1\le 5$

$\Rightarrow\ -6\le x\le 4$

(C) $x^2-4x-5\le 0$

$\Rightarrow\ (x-5)(x+1)\le 0$

$\Rightarrow\ -1\le x\le 5$

(D) $x^2+6x+5\le 0$

$\Rightarrow\ (x+1)(x+5)\le 0$

$\Rightarrow\ -5\le x\le -1$

故選(C)

8. 技巧與分析

利用樹狀圖解題

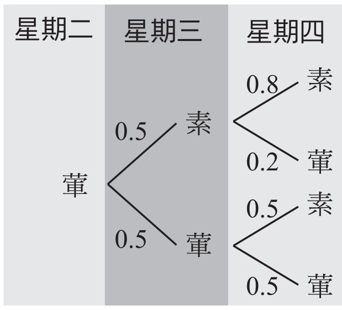
解析

若葷 $\xrightarrow{P}$ 素，表示今天葷食隔天素食之機率為 P

根據題目　素 $\xrightarrow{0.8}$ 素　且　葷 $\xrightarrow{0.5}$ 素

$\Rightarrow$　素 $\xrightarrow{0.2}$ 葷　且　葷 $\xrightarrow{0.5}$ 葷

畫樹狀圖：



$\Rightarrow\ 0.5\times 0.8=0.4$

$\Rightarrow\ 0.5\times 0.5=0.25$

故星期四用素食的機率為 $0.4+0.25=0.65$

9. 技巧與分析

了解常態分配圖之比例

解析

$85=65+20=65+2\times 10=\mu+2\sigma$

根據圖(二)，高於 85 分的比例為

$50\%-34\%-13.5\%=2.5\%$

故約有 $3600\times 2.5\%=90$ 人高於 85 分

$\Rightarrow\ 51\le x\le 150$

故選(B)

10. 技巧與分析

標準差不受加減數值影響

解析

數據皆加 20 分

$\Rightarrow$ 平均數、中位數、眾數也會提高 20 分

但標準差不變（標準差只受倍率影響）

故選(C)

11. 技巧與分析

(1) $\log x=首數+尾數$ ，若首數 $n>0$

$\Leftrightarrow\ x$ 為 $n+1$ 位數

(2) $\log_a b=x\ \Leftrightarrow\ b=a^x$

解析

試卷有提供 $\log 2\approx 0.3010$

考慮 $\log_{10}2^{1000}=1000\times\log_{10}2\approx 1000\times 0.3010$

$=301$

$\therefore\ \log_{10}2^{1000}\approx 301$

$\Rightarrow\ 2^{1000}\approx 10^{301}$

〔另解〕

$\log 2^{1000}\approx 1000\times 0.3010=301$

故 2^{1000} 為 $301+1=302$ 位數

(A) $\log 10^{100}=100 \quad \Rightarrow \quad 10^{100}$ 為 101 位數

(B) $\log 10^{200}=200 \quad \Rightarrow \quad 10^{200}$ 為 201 位數

(C) $\log 10^{300}=300 \quad \Rightarrow \quad 10^{300}$ 為 301 位數

(D) $\log 10^{400}=400 \quad \Rightarrow \quad 10^{400}$ 為 401 位數

故選(C)

12. 技巧與分析

(1) $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

(2) $a^1\times a^{-1}=a^{1+(-1)}=a^0=1$ 之倒數性質

解析

$$a^3+a^{-3}=\left(a+a^{-1}\right)^3-3a\times a^{-1}\left(a+a^{-1}\right)$$
$$=2^3-3\times1\times2=2$$

13. 技巧與分析

(1) 斜截式：$y=mx+b \quad \Rightarrow \quad m$ 表示斜率

(2) $L_1 // L_2 \Leftrightarrow m_1=m_2$

（若 L_1 及 L_2 不為鉛直線）

解析

$x=-3$ 代入 $y=x^2$

$\Rightarrow \quad y=9 \quad \Rightarrow$ 過點 $A(-3,9)$

$x=1$ 代入 $y=x^2$

$\Rightarrow \quad y=1 \quad \Rightarrow$ 過點 $B(1,1)$

$$m_{\overline{AB}}=\frac{1-9}{1-(-3)}=\frac{-8}{4}=-2$$

已知 $y=mx+b$ 中 m 表示斜率

且 $L_1 // L_2 \quad \Rightarrow \quad m_1=m_2$

$\therefore \quad y=-2x$ 之斜率為 $-2=m_{\overline{AB}}$

$\therefore$ 直線 $\overleftrightarrow{AB}$ 與 $y=-2x$ 平行

14. 技巧與分析

除法原理：

被除式＝除式×商式＋餘式

解析

設 $f(x)$ 除以 $(x+1)^3$ 的商式為 $q(x)$

由除法原理知：

$$f(x)=(x+1)^3\times q(x)+\left(x^2-2x+3\right)$$
$$=\underbrace{(x+1)^2\left[(x+1)\times q(x)\right]}_{①}+\underbrace{x^2-2x+3}_{②}$$

①式可被 $(x+1)^2$ 整除

又 $(x+1)^2=x^2+2x+1$

將②式除以 x^2+2x+1

即

$$\begin{array}{r} 1 \\ x^2+2x+1 \overline{\big)\, x^2-2x+3} \\ \underline{x^2+2x+1} \\ -4x+2 \end{array}$$

故 $f(x)$ 除以 $(x+1)^2$ 之餘式為 $-4x+2$

即 $a=-4$ ，$b=2$

所以 $a+b=-4+2=-2$

〔另解〕

令 $f(x)$ 除以 $(x+1)^3$ 之商式為 $q(x)$

根據除法原理

$$f(x)=(x+1)^3q(x)+\left(x^2-2x+3\right)$$
$$=(x+1)^3q(x)+\left(x^2+2x+1\right)+(-4x+2)$$
$$=(x+1)^3q(x)+(x+1)^2+(-4x+2)$$
$$=(x+1)^2\left[(x+1)q(x)+1\right]+(-4x+2)$$

根據除法原理 $f(x)$ 除以 $(x+1)^2$ 之商式為

$(x+1)q(x)+1$，餘式為 $-4x+2$

$\therefore \quad a=-4$ ，$b=2$

$\Rightarrow \quad a+b=-4+2=-2$

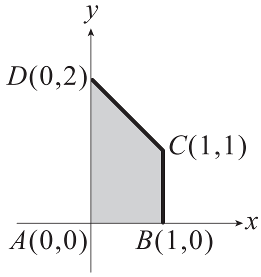
15. 技巧與分析

(1) 兩點式：若 $x_1 \neq x_2$，$A(x_1, y_1)$、$B(x_2, y_2)$

$\Rightarrow \quad \overleftrightarrow{AB}$ ：$(y-y_1)=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$

(2) 二元一次不等式在直角坐標系上判斷

解析



(1) 過 A 、 B 兩點直線

$y=0$

$\Rightarrow$ 依圖 $y \geq 0$

(2) 過 A 、 D 兩點直線

$x=0$

$\Rightarrow$ 依圖 $x \geq 0$

(3) 過 B 、 C 兩點直線 $x=1$

$\Rightarrow$ 依圖 $x \leq 1$

(4) 過 C 、 D 兩點直線 $(y-2)=\dfrac{2-1}{0-1}(x-0)$

$\Rightarrow \quad y-2=-x$

$\Rightarrow \quad x+y=2$

$\Rightarrow$ 依圖 $x+y \leq 2$

故選(D)

16. 技巧與分析

需會行列式降階

解析

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = (-1)^{2+1} \times 2 \times \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$+(-1)^{2+2} \times 1 \times \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$+(-1)^{2+3} \times 1 \times \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$=(-2) \times \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 1 \times \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$+(-1) \times \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

與題目比較得

$a=-2$，$x=2$，$b=1$，$y=-2$，$c=-1$，$z=2$

$\therefore \quad a+b+c+x+y+z=0$

17. 技巧與分析

$\int x^n dx = \dfrac{1}{n+1} x^{n+1} + c$，$n \neq -1$

若 $\int f(x)dx = F(x)$

$\Rightarrow \quad \int_a^b f(x)dx = F(b)-F(a)$

解析

$$\int_{-2}^{2} (30x^5 - 16x^7 - 20x^3) dx$$

$$= \left(\frac{30}{5+1} x^{5+1} - \frac{16}{7+1} x^{7+1} - \frac{20}{3+1} x^{3+1} + c \right) \Bigg|_{-2}^{2}$$

$$= (5x^6 - 2x^8 - 5x^4 + c) \Big|_{-2}^{2}$$

$$= (5 \times 2^6 - 2 \times 2^8 - 5 \times 2^4 + c)$$

$$- \left[5 \times (-2)^6 - 2 \times (-2)^8 - 5 \times (-2)^4 + c \right]$$

$$=0$$

18. 技巧與分析

$\dfrac{(x-h)^2}{a^2} - \dfrac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ 之漸近線

$\Rightarrow \quad a(y-k)+b(x-h)=0$

及 $a(y-k)-b(x-h)=0$

解析

已知漸近線不會與其所屬之雙曲線有交點

又 C ：$\dfrac{x^2}{25} - \dfrac{y^2}{16} = 1$ 之漸近線為 $\begin{cases} 4x+5y=0 \\ 4x-5y=0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \quad \begin{cases} y=-\dfrac{4}{5}x \\ y=\dfrac{4}{5}x \end{cases}$$

故選(D)

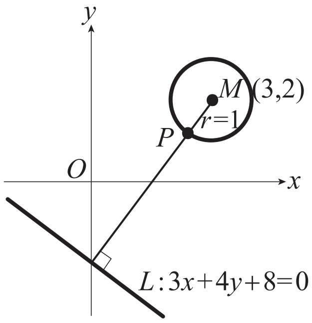
〔備註〕與雙曲線不相交的直線並非只有雙曲線之兩條漸近線而已

19. 技巧與分析

(1) 點到直線距離公式

(2) 最短距離 $= d - r$

解析



圓 C：$(x-3)^2+(y-2)^2=1$

$\Rightarrow$ 得圓心 $M(3,2)$，半徑 $r=1$

圓心 $M(3,2)$ 至直線 L：$3x+4y+8=0$

之距離為 $d(M,L)=\dfrac{|3\times3+4\times2+8|}{\sqrt{3^2+4^2}}$

$=\dfrac{25}{5}=5$

最短距離 $=d(M,L)-r=5-1=4$

20. 技巧與分析

乘法原理

解析

參賽選手的選擇分為

選1位打單打及選2位打雙打兩步驟

先選1位打單打有 $C^5_1=5$ 種

再從剩下4位選2位打雙打有 $C^4_2=6$ 種

所以有 $5\times6=30$ 種

21. 技巧與分析

因式定理、多項式除法

解析

已知 -3 為其中一解

$\Rightarrow$ $(x+3)$ 為 $x^3-x^2-11x+3$ 之因式

$\Rightarrow$ 分解 $x^3-x^2-11x+3$

$=(x+3)(x^2-4x+1)=0$

$$\begin{array}{rrrr|l} 1 & -1 & -11 & +3 & -3 \\ & -3 & +12 & -3 & \\ \hline 1 & -4 & +1 & +0 & \end{array}$$

$\therefore$ α、β 為 $x^2-4x+1=0$ 之兩根

根據根與係數得 $\alpha+\beta=4$，$\alpha\beta=1$

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=16-4=12$

$\therefore$ $|\alpha-\beta|=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

22. 技巧與分析

(1) 拋物線的標準式

(2) 解方程式

解析

$A(-1,4)$ 及 $B(5,4)$ 在 $y=C(x-h)^2$ 上

$\Rightarrow$ $4=C(-1-h)^2$ 且 $4=C(5-h)^2$

$\Rightarrow$ $C(-1-h)^2=C(5-h)^2$

因為 H 為拋物線，所以 $C\neq0$

$\Rightarrow$ $(-1-h)^2=(5-h)^2$

$\Rightarrow$ $1+2h+h^2=25-10h+h^2$

$\Rightarrow$ $12h=24$

$\Rightarrow$ $h=2$

$\Rightarrow$ $4=C(-1-2)^2$

$\Rightarrow$ $C=\dfrac{4}{9}$

$\therefore$ $C+h=\dfrac{4}{9}+2=\dfrac{22}{9}$

23. 技巧與分析

(1) $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$

$\Rightarrow \quad \overrightarrow{AB}=(x_2-x_1,y_2-y_1)$

(2) $\overrightarrow{a}=(a_1,a_2)$，$\overrightarrow{b}=(b_1,b_2)$

若 $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{b} \Leftrightarrow a_1=b_1$ 且 $a_2=b_2$

解析

$\overrightarrow{AB}=(2-3,-3-1)=(-1,-4)$

$\overrightarrow{AC}=(7-3,-1-1)=(4,-2)$

$\overrightarrow{CD}=(x-7,y+1)$

又 $\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CD}$

$\Rightarrow \quad (-1,-4)+2(4,-2)=(x-7,y+1)$

$\Rightarrow \quad (7,-8)=(x-7,y+1)$

$\Rightarrow \quad x-7=7$ 且 $y+1=-8$

$\Rightarrow \quad x=14$ 且 $y=-9$

$\Rightarrow \quad x+y=5$

24. 技巧與分析

$a_n=a_m+(n-m)d$

解析

依題意假設等差數列$\langle a_n\rangle$

$\Rightarrow \quad a_{11}=31$，$a_{16}=56$

$\Rightarrow \quad a_{16}=a_{11}+(16-11)d$，$d$ 為公差

$\Rightarrow \quad 56=31+5d$

$\Rightarrow \quad d=5$

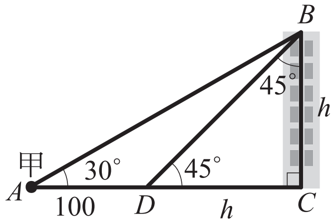
$a_{20}=a_{16}+4d=56+4\times5=76$

25. 技巧與分析

$\tan30^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

解析

依題作圖如下：



設大樓高$\overline{BC}=h$，則$\overline{DC}=h$

在$\triangle ABC$中

$\tan30^\circ=\dfrac{h}{100+h}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \quad \sqrt{3}h=100+h$

$\Rightarrow \quad \sqrt{3}h-h=100$

$\Rightarrow \quad h(\sqrt{3}-1)=100$

$\Rightarrow \quad h=\dfrac{100}{\sqrt{3}-1}=50(\sqrt{3}+1)$

故所求為$50(\sqrt{3}+1)$

109 年 統測數學 C 考情趨勢與考題剖析

109 統測數學 C 考情趨勢

一、試題分析

109 年統測數學 C 是一份有難度的試卷。這次完成整卷需要不少的計算量與觀念技巧，預估滿分人數與 108 年相差無幾！（註：108 年統測數學 C 僅有 17 位滿分，這是統測數學 C 的最低紀錄）這次的試題大多是中等或是偏難題，其中稍難的題目分布在試卷的後半段，而簡單或中等偏易的題目分布在前半段，這是恰當的安排。其他特色如下：

1. 情境試題：
   108 數學新課綱強調生活素養，108 年已率先反應，109 年也是持續出現，而且題數也更多，如：第 4、5、9、12、14、19 與 24 題。
2. 圖形試題：
   這次圖形題較以往豐富且多元，有統計的次數累積圖、橢圓的各元素、可行解區域、三角函數圖形的伸縮平移、人工智慧的分類坐標圖。這些不需繁瑣的計算，只要正確的觀念就可以解決，如：第 4、7、10、11、23、24 與 25 題。
3. 綜合試題：
   偏重與不等式的搭配，如：第 16 題結合對數，第 22 題結合二項式定理。
4. 爭議試題：
   百分等級（PR 值）通常用於討論大數據，第 4 題的資料數少卻要討論，不太適宜。

綜合上述，程度較佳的考生應可有效地拉開得分差距，但是其他容易因不懂題意而隨意猜答的中後段或後段考生，恐怕也會無法有效的鑑別，這些將會影響考生們對於準備數學的意願。由於 108、109 年的試卷水平相近，這或許代表 110 年也是如此，考生們宜及早適應，並調整練習的方向。

二、配分比例表

單元名稱	題數	單元名稱	題數
直線方程式	1	數列與級數	1
三角函數	2	指數與對數及其運算	2
三角函數的應用	2	排列組合	2
向量	1	機率與統計	2
式的運算	2	圓	1
聯立方程式	2	二次曲線	1
複數	1	微分	3
不等式及其應用	1	積分	1

龍騰文化
肯定自己 ➤ 肯定不同

總　　分

109 統測數學 C 考題剖析

數學 C 參考公式

1. 三角函數的和差角公式：$\cos(\alpha \pm \beta)=\cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
2. 若橢圓的長軸長為 $2a$，短軸長為 $2b$，則正焦弦長為 $\dfrac{2b^2}{a}$
3. 對數值：$\log_{10}1.03 \approx 0.0128$、$\log_{10}1.3 \approx 0.1139$、$\log_{10}2 \approx 0.3010$、$\log_{10}3 \approx 0.4771$
4. 複利公式：若 P 為本金、r 為每期利率、n 為期數，則 n 期後本利和 $=P(1+r)^n$
5. 若 α、β 為一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的兩根，則 $\alpha+\beta=\dfrac{-b}{a}$、$\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$
6. $\triangle ABC$ 的正弦定理：$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$，$R$ 為 $\triangle ABC$ 外接圓的半徑
7. $\triangle ABC$ 的餘弦定理：$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

單選題（每題 4 分，共 100 分）

(　　) 1. 關於下列各極限，何者錯誤？

(A) $\lim\limits_{x\to 2^-}\sqrt[3]{x-2}=0$　(B) $\lim\limits_{x\to 2^-}\sqrt{x-2}=0$　(C) $\lim\limits_{x\to 2^+}\sqrt[3]{x-2}=0$

(D) $\lim\limits_{x\to 2^+}\sqrt{x-2}=0$。

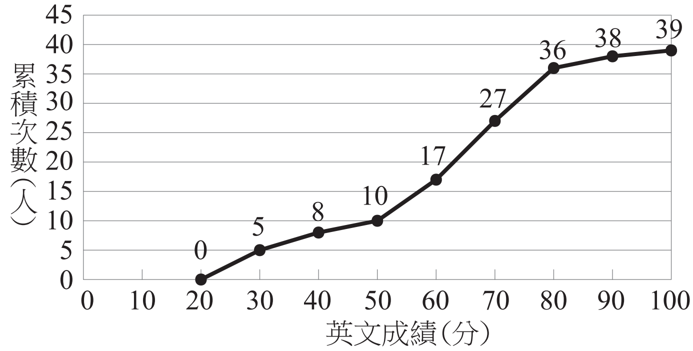
(　　) 2. 若 $a=\tan 480^\circ$，$b=\sec 135^\circ$，$c=\cos(-60^\circ)$，則下列有序數對何者在第二象限？

(A) (b,c)　(B) (a,b)　(C) (c,a)　(D) (c,b)。

(　　) 3. 已知多項式 $f(x)$ 除以 $(x-1)(x^2+x+1)$ 所得之餘式為 $3x^2+5x-2$，則 $f(x)$ 除以 x^2+x+1 所得之餘式為何？

(A) -4　(B) $2x-5$　(C) 6　(D) $8x-5$。

(　　) 4.圖(一)為某校一年 A 班的英文考試之以下累積次數分配曲線圖，請問由圖(一)顯示之資訊可推得哪一個選項正確？



圖(一)

(A)全距為100　(B)中位數介於60～70之間

(C)標準差為80　(D)百分等級（PR 值）高於90者只有一位。

(　　) 5. 在一次立法委員選舉中，每位選民須投區域立委與不分區政黨兩種選票，且每種選票均只能圈選一位（個），否則視為廢票。已知某甲的戶籍地有6位區域立委候選人，而全國共有14個政黨可選擇。若某甲決定去投票，且兩種選票均不投廢票，試問某甲有多少種的投票組合？

(A) 6　(B) 14　(C) 20　(D) 84。

(　　) 6. 若 $\sin 80° = a$ ，$\cos 59° = b$ ，則 $\cos 21° =$ ？

(A) $a\sqrt{1-b^2}+b\sqrt{1-a^2}$　(B) $a\sqrt{1-b^2}-b\sqrt{1-a^2}$　(C) $ab-\sqrt{1-a^2}\sqrt{1-b^2}$

(D) $ab+\sqrt{1-a^2}\sqrt{1-b^2}$ 。

(　　) 7. 若給定一橢圓標準式 $\dfrac{(x-4)^2}{25}+\dfrac{(y+2)^2}{144}=1$ ，則下列何者正確？

(A) $(4,-2)$ 為其中一焦點

(B) $(9,-2)$ 為其中一長軸頂點

(C) $(4,10)$ 為其中一短軸頂點

(D)正焦弦長為 $\dfrac{25}{6}$ 。

(　　) 8. 設 $\left(\sqrt{3}+i\right)z=-2\sqrt{3}+2i$ ，其中 $i=\sqrt{-1}$ ，則 z 之主幅角為何？

(A) $\dfrac{\pi}{3}$　(B) $\dfrac{2\pi}{3}$　(C) $\dfrac{5\pi}{6}$　(D) $\dfrac{7\pi}{6}$ 。

(　　) 9. 某棒球投手自4月1日開始每天練投，他每日投球數為等差數列。若4月5日投球數為41個，4月13日為73個，則他4月份有幾天投球數超過100個？

(A)10　(B)11　(C)12　(D)13。

(　　) 10. 在 $\begin{cases} x+2y-6\geq 0 \\ x+y-10\leq 0 \\ 2\leq x\leq 9 \end{cases}$ 的條件下，求其可行解區域的面積（平方單位）為何？

(A)$\dfrac{119}{4}$　(B)$\dfrac{59}{2}$　(C)$\dfrac{117}{4}$　(D)$\dfrac{55}{2}$。

(　　) 11. 設函數 $f(x)=2\cos 3x-1, x\in[0,2\pi]$，若其圖形和 x 軸的交點個數與函數的最大值分別為 a 、 b ，則 $ab=$ ？

(A)6　(B)9　(C)12　(D)18。

(　　) 12. 保險公司推出躉繳型保單（即於一開始存入一固定本金），且宣告年利率為 3% 的複利，每年計算一次。若某人於 20 歲時，花 10 萬元購買此保單，則當保單價值達 20 萬元時，某人約幾歲？

(A)24　(B)34　(C)44　(D)54。

(　　) 13. 設 $f(x)=x^3-3x^2-24x+32$ 在閉區間 $[-3,3]$ 內的最大值與最小值分別為 m 、 n ，則 $m-n=$ ？

(A)90　(B)98　(C)100　(D)108。

(　　) 14. 坊間的擲骰子遊戲，一次擲出四顆公正骰子，在下列情形之下才可以計算其得點數（設 x 、 y 、 z 均不同），

(1)若骰子點數出現 x 、 x 、 y 、 z 時，則玩家之得點數為 $y+z$ ；

(2)若骰子點數出現 x 、 x 、 y 、 y 時，則玩家之得點數為 $2x$ 與 $2y$ 中較大者。

求玩家擲出得點數為 3（即「BG」）的機率為何？

(A)$\dfrac{1}{12}$　(B)$\dfrac{1}{18}$　(C)$\dfrac{1}{27}$　(D)$\dfrac{1}{36}$。

(　　) 15. 若 k 為實數，且點 $P(1,k)$ 為曲線 $kx^2+y^2+2x-4y+k-1=0$ 上之一點，求曲線之圖形為何？

(A)圓　(B)拋物線　(C)橢圓　(D)雙曲線。

(　　) 16. 滿足 $\log_{10-x^2}(x^2+3x+2)$ 有意義的整數 x 共有多少個？

(A)3　(B)4　(C)5　(D)7。

(　　) 17. 設 $f(x)=\begin{cases} 2x-1, & x>2 \\ x^2-2x+3, & x\leq 2 \end{cases}$，則 $f'(2)=$ ？

(A)1　(B)2　(C)3　(D)不存在。

(　　) 18. 設 α 、 β 為方程式 $x^2+5x+k=0$ 之二根，已知多項式 $f(x)=2x^2+7x+5$ 除以 $x-\alpha$ 、 $x-\beta$ 所得的餘式分別為 -1 、 2 ，則 $k=$ ？

(A)4　(B)5　(C)6　(D)7。

(　　) 19. 某家口罩工廠擁有5台A型機器和3台B型機器來製造口罩，平時每日總產量為11070個口罩。今因應肺炎疫情日趨嚴重，緊急添購3台A型機器和9台B型機器，並提高所有機器的每日產能至原先的150%，使得該工廠每日總產量增為42120個口罩，試問一台A型機器原先的每日產能為多少個？

(A)1350　(B)1380　(C)1410　(D)1440。

(　　) 20. 已知三階行列式$\begin{vmatrix} a_1-2b_1-3c_1 & a_1-2c_1 & a_1 \\ a_2-2b_2-3c_2 & a_2-2c_2 & a_2 \\ a_3-2b_3-3c_3 & a_3-2c_3 & a_3 \end{vmatrix}=8$，則$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=$？

(A)-4　(B)-2　(C)2　(D)4。

(　　) 21. 設平面上三點$A(1,1)$、$B(5,-2)$、$C(5,2)$，且$\overrightarrow{AC}$在$\overrightarrow{AB}$的正射影為$\overrightarrow{AD}$，若$\overrightarrow{DC}=(x,y)$，則$x+y=$？

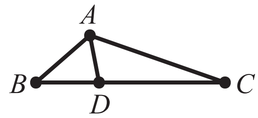
(A)$\frac{34}{25}$　(B)$\frac{89}{25}$　(C)$\frac{104}{25}$　(D)$\frac{112}{25}$。

(　　) 22. 設a為實數，將$(ax+1)^4$展開後，若x^3之係數大於其他各項係數，則a的範圍為何？

(A)$a<4$　(B)$a>\frac{3}{2}$　(C)$a>4$或$a<\frac{3}{2}$　(D)$\frac{3}{2}<a<4$。

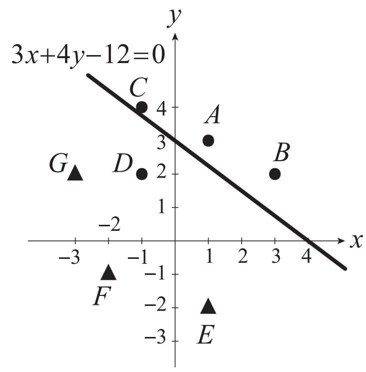
(　　) 23. 在$\triangle ABC$中，若$\angle A$之內角平分線交$\overline{BC}$於D，其中$\overline{AB}=3$、$\overline{AC}=6$，且$\angle A=120°$，如圖(二)，則$\overline{CD}=$？

(A)$\sqrt{26}$　(B)$3\sqrt{3}$　(C)$2\sqrt{7}$　(D)$\sqrt{7}$。



圖(二)

(　　) 24. 在人工智慧的分類技術中，用到以直線分類不同物件的概念。設平面上有七個點$A(1,3)$、$B(3,2)$、$C(-1,4)$、$D(-1,2)$、$E(1,-2)$、$F(-2,-1)$、$G(-3,2)$分屬●、▲二類，其中直線$L:3x+4y-12=0$未能將它們正確分類，如圖(三)標示。若將L平行移動至新的位置成為新直線L_1且能達到正確分類目的，則下列何者可為L_1的直線方程式？



圖(三)

(A)$3x+4y+2=0$　(B)$3x+4y-6=0$

(C)$6x+8y+3=0$　(D)$6x+8y-3=0$。

(　　) 25. 設$g(x)=2x-1$，已知在閉區間$[-1,1]$上$f(x)\ge 1$且$\int_{-1}^{1} f(x)\,dx=5$，則此兩曲線$y=f(x)$與$y=g(x)$在閉區間$[-1,1]$所圍成區域的面積為何？

(A)4　(B)5　(C)6　(D)7。

109 年統一入學測驗 數學(C)

答案

1.B	2.A	3.B	4.B	5.D	6.A	7.D	8.B	9.B	10.A
11.A	12.C	13.C	14.C	15.A	16.A	17.B	18.C	19.A	20.C
21.D	22.D	23.C	24.D	25.D					

本試題答案係依據統一入學測驗中心公布之標準答案

1. 技巧與分析

(1) 當 $x<a$ 且 $x\to a$，會使得 $f(x)\to L$，則稱 $f(x)$ 在 a 的左極限為 L，記作 $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=L$

(2) 當 $x>a$ 且 $x\to a$，會使得 $f(x)\to M$，則稱 $f(x)$ 在 a 的右極限為 M，記作 $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=M$

(3) 若函數 $f(x)$ 定義域中的 x 無法滿足 $x<a$，則 $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)$ 不存在

(4) 若函數 $f(x)$ 定義域中的 x 無法滿足 $x>a$，則 $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$ 不存在

解析

(1) 令 $f_1(x)=\sqrt[3]{x-2}$

則 $f_1(x)$ 的定義域為所有實數

故 $\lim\limits_{x\to 2^-}\sqrt[3]{x-2}=\sqrt[3]{2-2}=0$

$\lim\limits_{x\to 2^+}\sqrt[3]{x-2}=\sqrt[3]{2-2}=0$

(2) 令 $f_2(x)=\sqrt{x-2}$

則 $f_2(x)$ 的定義域為 $\{x|x\ge 2, x\in R\}$

$\because$ $x<2$ 不在定義域

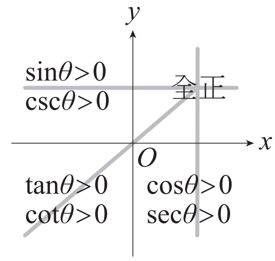
$\therefore$ $\lim\limits_{x\to 2^-}\sqrt{x-2}$ 不存在

$\lim\limits_{x\to 2^+}\sqrt{x-2}=\sqrt{2-2}=0$

由(1)、(2)可知，選項(B)錯誤

2. 技巧與分析

任意角三角函數的正負：



解析

(1) $\because$ $480^\circ=360^\circ+120^\circ$

且 $90^\circ<120^\circ<180^\circ$

$\therefore$ 480° 是第二象限角

則 $a=\tan 480^\circ<0$

(2) $\because$ $90^\circ<135^\circ<180^\circ$

$\therefore$ 135° 是第二象限角

則 $b=\sec 135^\circ<0$

(3) $\because$ -60° 是第四象限角

$\therefore$ $c=\cos(-60^\circ)>0$

由(1)、(2)、(3)可知

點 (b,c) 在第二象限

點 (a,b) 在第三象限

點 (c,a) 和點 (c,b) 在第四象限

故選(A)

3. 技巧與分析

除法原理：

若 $f(x)\div g(x)=Q(x)\ldots R(x)$

則 $f(x)=g(x)\times Q(x)+R(x)$

解析

設 $f(x)$ 除以 $(x-1)(x^2+x+1)$ 所得之商式為 $Q(x)$

則 $f(x)\div\left[(x-1)(x^2+x+1)\right]$

$=Q(x)\ldots(3x^2+5x-2)$

由除法原理

$f(x)=\left[(x-1)(x^2+x+1)\right]Q(x)+(3x^2+5x-2)$

依上式可知，$f(x)$ 除以 x^2+x+1 的餘式就是 $3x^2+5x-2$ 除以 x^2+x+1 的餘式

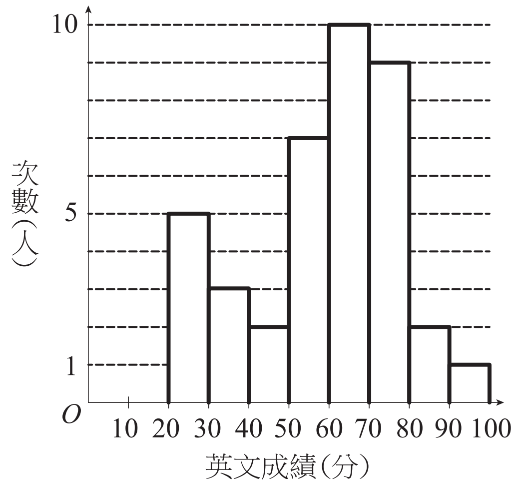
$$\begin{array}{r|rrr} & 3 & & \\ 1+1+1 & 3 & +5 & -2 \\ & 3 & +3 & +3 \\ \hline & & 2 & -5 \end{array}$$

故所求餘式為 $2x-5$

4. 技巧與分析

了解統計的全距、中位數、標準差、百分等級（PR 值）的意義

解析



(A) 最高分落在 90～100 分

有可能是 100 分

最低分落在 20～30 分

有可能是 20 分

故全距為 $100～20=80$

(B) 全班有 39 人，$(39+1)\div 2=20$

所以成績的中位數是成績由低到高的第 20 位，介於 60～70 分之間

(C) ∵ 全班成績的全距為 80，而且成績分布並不極端

∴ 標準差不可能為 80

(D) 成績 80 分以上的有 3 位

而第 3 名的成績勝過 $39-3=36$ 位

又 $\dfrac{36}{39}\times 100\approx 92.3$

則第 3 名的百分等級（PR 值）為 92，因此百分等級（PR 值）高於 90 者不只有一位

故選(B)

5. 技巧與分析

乘法原理：

完成一件事需分成 2 個步驟，步驟 1 有 n_1 種方法，步驟 2 有 n_2 種方法，則完成此件事有 $n_1\times n_2$ 種方法

解析

區域立委的選擇有 6 種

不分區政黨的選擇有 14 種

由乘法原理可知

投票組合有 $6\times 14=84$ 種

6. 技巧與分析

(1) 餘角關係：

$\sin(90°-\theta)=\cos\theta$

$\cos(90°-\theta)=\sin\theta$

(2) 餘弦的差角公式：

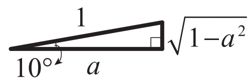
$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

解析

(1) ∵ $\sin 80°=\sin(90°-10°)=\cos 10°$

∴ $\cos 10°=a$

以 $\cos 10°=a=\dfrac{a}{1}$ 來作圖

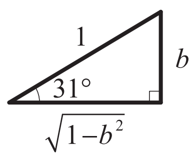


則 $\sin 10°=\dfrac{\sqrt{1-a^2}}{1}=\sqrt{1-a^2}$

(2) ∵ $\cos 59°=\cos(90°-31°)=\sin 31°$

∴ $\sin 31°=b$

以 $\sin 31°=b=\dfrac{b}{1}$ 來作圖



則 $\cos 31°=\dfrac{\sqrt{1-b^2}}{1}=\sqrt{1-b^2}$

(3) 由餘弦的差角公式，則

$\cos 21^\circ = \cos(31^\circ - 10^\circ)$

$= \cos 31^\circ \times \cos 10^\circ + \sin 31^\circ \times \sin 10^\circ$

$= \sqrt{1-b^2} \times a + b \times \sqrt{1-a^2}$

$= a\sqrt{1-b^2} + b\sqrt{1-a^2}$

7. 技巧與分析

$\dfrac{(x-h)^2}{b^2} + \dfrac{(y-k)^2}{a^2} = 1$（$a > b > 0$）

為上下焦點的橢圓，若 $a^2 = b^2 + c^2$，則

(1) 長軸頂點 $(h, k \pm a)$

(2) 短軸頂點 $(h \pm b, k)$

(3) 焦點 $(h, k \pm c)$

(4) 正焦弦長 $\dfrac{2b^2}{a}$

解析

橢圓：$\dfrac{(x-4)^2}{25} + \dfrac{[y-(-2)]^2}{144} = 1$

$\because$ y^2 項的分母 $>$ x^2 項的分母

$\therefore$ 橢圓有上、下焦點，中心 $(4,-2)$

(1) $a^2 = 144 \quad \Rightarrow \quad a = 12$

長軸頂點 $(4, -2 \pm 12)$

$\Rightarrow \quad (4,10)$、$(4,-14)$

(2) $b^2 = 25 \quad \Rightarrow \quad b = 5$

短軸頂點 $(4 \pm 5, -2)$

$\Rightarrow \quad (9,-2)$、$(-1,-2)$

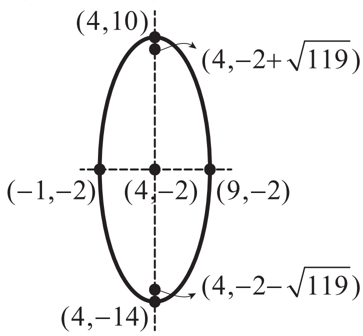
(3) $a^2 = b^2 + c^2 \quad \Rightarrow \quad 144 = 25 + c^2$

$\Rightarrow \quad c^2 = 119 \quad \Rightarrow \quad c = \sqrt{119}$

焦點 $\left(4, -2 \pm \sqrt{119}\right)$

(4) 正焦弦長 $\dfrac{2b^2}{a} = \dfrac{2 \times 25}{12} = \dfrac{25}{6}$

由(1)～(4)，故選(D)



8. 〈法一〉

技巧與分析

設 a、b、c、d 均為實數，則

$\dfrac{a+bi}{c+di} = \dfrac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)}$

$= \dfrac{(ac+bd)+(bc-ad)i}{c^2+d^2}$

解析

$\left(\sqrt{3}+i\right)z = -2\sqrt{3}+2i$

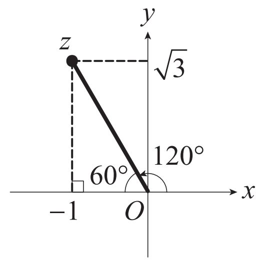
$\Rightarrow \quad z = \dfrac{-2\sqrt{3}+2i}{\sqrt{3}+i} = \dfrac{\left(-2\sqrt{3}+2i\right)\left(\sqrt{3}-i\right)}{\left(\sqrt{3}+i\right)\left(\sqrt{3}-i\right)}$

$= \dfrac{-6+2\sqrt{3}i+2\sqrt{3}i-2i^2}{\left(\sqrt{3}\right)^2+1^2} = \dfrac{-4+4\sqrt{3}i}{4}$

$= \dfrac{-4}{4} + \dfrac{4\sqrt{3}i}{4} = -1+\sqrt{3}i$

$|z| = \sqrt{(-1)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{4} = 2$

如圖，z 的主幅角為 $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ = \dfrac{2\pi}{3}$



〈法二〉

技巧與分析

設 $z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$，

$z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2) \neq 0$，

則 $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{r_1}{r_2}\left[\cos(\theta_1-\theta_2) + i\sin(\theta_1-\theta_2)\right]$

解析

$\left(\sqrt{3}+i\right)z = -2\sqrt{3}+2i \quad \Rightarrow \quad z = \dfrac{-2\sqrt{3}+2i}{\sqrt{3}+i}$

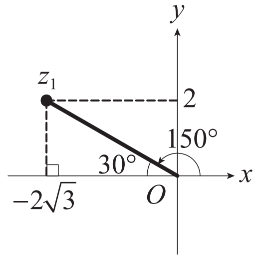
令 $z_1 = -2\sqrt{3}+2i$，$z_2 = \sqrt{3}+i$

(1) z_1 的極式：

$|z_1| = \sqrt{\left(-2\sqrt{3}\right)^2+2^2} = \sqrt{16} = 4$

如圖，z_1 的主幅角為 $180°-30°=150°$

則 $z_1=4\left(\cos150°+i\sin150°\right)$

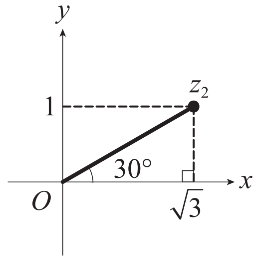


(2) z_2 的極式：

$|z_2|=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+1^2}=\sqrt{4}=2$

如圖，z_2 的主幅角為 $30°$

則 $z_2=2\left(\cos30°+i\sin30°\right)$



由(1)和(2)可知：

$$z=\frac{z_1}{z_2}=\frac{4\left(\cos150°+i\sin150°\right)}{2\left(\cos30°+i\sin30°\right)}$$

$$=\frac{4}{2}\times\left[\cos\left(150°-30°\right)+i\sin\left(150°-30°\right)\right]$$

$$=2\left(\cos120°+i\sin120°\right)$$

因此 z 的主幅角為 $120°=\frac{2\pi}{3}$

9. 技巧與分析

設 $\langle a_n\rangle$ 為等差數列，公差為 d，

則 $a_n=a_1+\left(n-1\right)d=a_m+\left(n-m\right)d$

解析

設 4 月 n 日的投球數是 a_n 個

則 $a_1,a_2,a_3,\cdots,a_{30}$ 為等差數列

設此等差數列的公差為 d

由題意知：$a_5=41$，$a_{13}=73$

則 $a_{13}=a_5+\left(13-5\right)\times d$

$\Rightarrow\quad 73=41+8d\quad\Rightarrow\quad 8d=32\quad\Rightarrow\quad d=4$

若 $a_n>100$

$a_n=a_{13}+\left(n-13\right)\times d$

$=73+\left(n-13\right)\times4=4n+21$

則 $4n+21>100$

$\Rightarrow\quad 4n>79\quad\Rightarrow\quad n>\frac{79}{4}=19.75$，取 $n=20$

故 4 月 20 日起，每日的投球數超過 100 個

從 4 月 20 日到 4 月 30 日共有 11 天

因此 4 月份有 11 天投球數超過 100 個

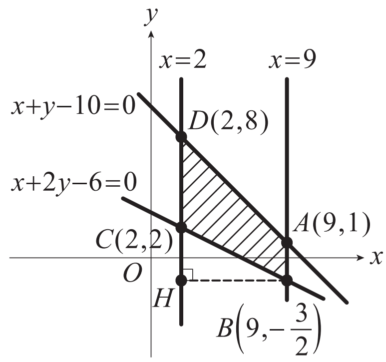
10. 技巧與分析

(1) 圖解聯立不等式

(2) 求出可行解區域的頂點

解析

滿足不等式條件的區域如下圖



四邊形 $ABCD$ 為梯形

$\overline{AB}=1-\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{5}{2}$

$\overline{CD}=8-2=6$

$\overline{BH}=9-2=7$

梯形 $ABCD$ 的面積 $=\frac{\left(\frac{5}{2}+6\right)\times7}{2}=\frac{119}{4}$

故可行解區域的面積為 $\frac{119}{4}$（平方單位）

11. 技巧與分析

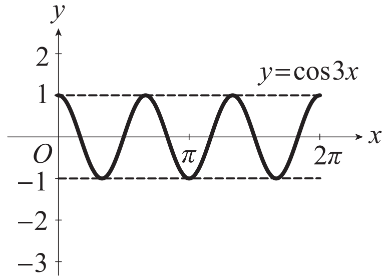
(1) 若 $f\left(x\right)$ 的週期為 T，

則 $f\left(kx\right)$ 的週期為 $\frac{T}{|k|}$（$k\neq0$）

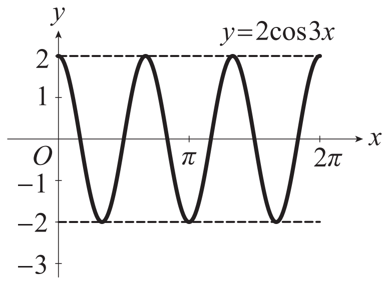
(2) 熟悉三角函數的圖形，並了解其伸縮和平移

解析

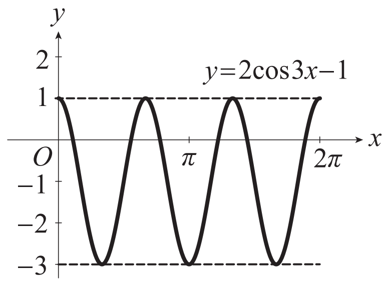
(1) 由於 $\cos x$ 的週期是 2π，故 $\cos3x$ 的週期是 $\frac{2\pi}{3}$，把 $y=\cos x$ 的圖形以 y 軸為基準壓縮 $\frac{1}{3}$ 倍，就是 $y=\cos3x$ 的圖形



(2) 把 $y=\cos 3x$ 的圖形以 x 軸為基準拉伸 2 倍，就是 $y=2\cos 3x$ 的圖形



(3) 把 $y=2\cos 3x$ 的圖形向下平移1單位，就是 $y=2\cos 3x-1$ 的圖形



故 $f(x)=2\cos 3x-1$ 在閉區間 $[0,2\pi]$ 的圖形和 x 軸有 6 個交點，其最大值為1，即 $a=6$ 、$b=1$

因此 $ab=6\times 1=6$

12. 技巧與分析

複利公式：

若 P 為本金，r 為每期利率，n 為期數，則 n 期後的本利和 $=P(1+r)^n$

解析

n 年後

此人的保單價值為 $100000\times(1+3\%)^n$ 元

令 $100000\times(1+3\%)^n\ge 200000$

$\Rightarrow\quad (1.03)^n\ge 2$

$\Rightarrow\quad \log_{10}(1.03)^n\ge\log_{10}2$

$\Rightarrow\quad n\times\log_{10}1.03\ge\log_{10}2$

$\Rightarrow\quad n\times 0.0128\ge 0.3010$

$\Rightarrow\quad n\ge\dfrac{0.3010}{0.0128}\approx 23.52$，取 $n=24$

故此人 24 年後，保單價值超過 20 萬元

其年紀是 $20+24=44$ 歲

13. 技巧與分析

設多項式函數 $f(x)$ 在閉區間 $[a,b]$，其最大（小）值會出現在閉區間 $[a,b]$ 的端點或導數為 0 的點

解析

$f(x)=x^3-3x^2-24x+32$

$f'(x)=3x^2-6x-24=3(x^2-2x-8)$

$\quad\quad =3(x+2)(x-4)$

令 $f'(x)=0$

$\Rightarrow\quad 3(x+2)(x-4)=0\quad\Rightarrow\quad x=-2$ 或 4

$\because\quad x=4$ 不在閉區間 $[-3,3]$ 內

$\therefore\quad x=4$ 不予考慮

將閉區間 $[-3,3]$ 的端點 $x=-3$ 與 $x=3$，以及 $x=-2$ 代入 $f(x)$ 求值：

$f(-3)=(-3)^3-3\times(-3)^2-24\times(-3)+32=50$

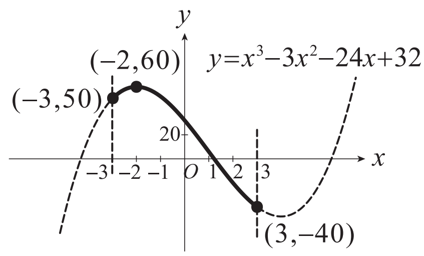
$f(3)=3^3-3\times 3^2-24\times 3+32=-40$

$f(-2)=(-2)^3-3\times(-2)^2-24\times(-2)+32=60$

故 $f(x)$ 在閉區間 $[-3,3]$ 內的最大值 $m=60$

最小值 $n=-40$

因此 $m-n=60-(-40)=100$



14. 技巧與分析

事件 A 的機率：

$P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$，其中 S 為樣本空間

解析

設樣本空間為 S，則 $n(S)=6^4=1296$

∵ x、y、z 均不同

∴ 擲出得點數為 3 的有以下 4 類：

(1) 3、3、1、2：$\frac{4!}{2!}=12$

(2) 4、4、1、2：$\frac{4!}{2!}=12$

(3) 5、5、1、2：$\frac{4!}{2!}=12$

(4) 6、6、1、2：$\frac{4!}{2!}=12$

共有 $12\times 4=48$ 種

因此擲出得點數為 3 的機率為 $\frac{48}{1296}=\frac{1}{27}$

15. 技巧與分析

曲線 $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$（$r>0$）是圓

解析

∵ 點 $P(1,k)$ 為曲線上一點

∴ $k\times 1^2+k^2+2\times 1-4\times k+k-1=0$

$\Rightarrow\ k^2-2k+1=0 \ \Rightarrow\ (k-1)^2=0$

$\Rightarrow\ k-1=0 \ \Rightarrow\ k=1$

曲線為 $x^2+y^2+2x-4y=0$

$\Rightarrow\ (x^2+2x+1^2)+(y^2-2\times 2\times y+2^2)=1+4$

$\Rightarrow\ (x+1)^2+(y-2)^2=5$

故此曲線之圖形為圓

16. 技巧與分析

若對數 $\log_a b$ 有意義，

則(1)底數 $a>0$ 且 $a\neq 1$

(2)真數 $b>0$

解析

對數 $\log_{10-x^2}(x^2+3x+2)$ 有意義，則

(1) 底數 $10-x^2>0$ 且 $10-x^2\neq 1$

$\Rightarrow\ x^2-10<0$ 且 $x^2\neq 9$

$\Rightarrow\ (x+\sqrt{10})(x-\sqrt{10})<0$ 且 $x\neq\pm 3$

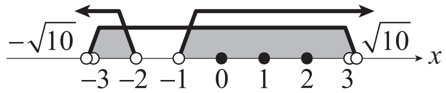
$\Rightarrow\ -\sqrt{10}<x<\sqrt{10}$ 且 $x\neq\pm 3$

(2) 真數 $x^2+3x+2>0$

$\Rightarrow\ (x+2)(x+1)>0$

$\Rightarrow\ x<-2$ 或 $x>-1$

由(1)、(2)可知，x 的範圍如下：



使對數有意義的整數 x 為 0、1 或 2，共有 3 個

17. 技巧與分析

函數 $f(x)$ 在 $x=a$ 處的導數定義：

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

解析

當 $x\le 2$ 時，$f(x)=x^2-2x+3$

則 $f(2)=2^2-2\times 2+3=3$

由導數的定義：$f'(2)=\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$

(1) 當 $x\le 2$ 時

$$\lim_{x\to 2^-}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim_{x\to 2^-}\frac{(x^2-2x+3)-3}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to 2^-}\frac{x^2-2x}{x-2}=\lim_{x\to 2^-}\frac{x(x-2)}{x-2}=\lim_{x\to 2^-}x=2$$

(2) 當 $x>2$ 時

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim_{x\to 2^+}\frac{(2x-1)-3}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to 2^+}\frac{2x-4}{x-2}=\lim_{x\to 2^+}\frac{2(x-2)}{x-2}=\lim_{x\to 2^+}2=2$$

由(1)、(2)可知：$\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=2$

因此 $f'(2)=2$

18. 技巧與分析

若方程式 $ax^2+bx+c=0$ 有兩根 α、β，則

(1) 兩根和 $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$

(2) 兩根積 $\alpha\beta=\frac{c}{a}$

解析

∵ α、β 為方程式 $x^2+5x+k=0$ 之二根

∴ 兩根和 $\alpha+\beta=-\frac{5}{1}=-5$

兩根積 $\alpha\beta=\frac{k}{1}=k$

而 $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-5)^2-2\times k$

$=25-2k$

$\because$ $f(x)=2x^2+7x+5$ 除以 $x-\alpha$ 、 $x-\beta$ 的餘式分別為 -1 、 2

$\therefore$ $f(\alpha)=2\alpha^2+7\alpha+5=-1\cdots\cdots$①

$f(\beta)=2\beta^2+7\beta+5=2\cdots\cdots$②

①+② ： $2(\alpha^2+\beta^2)+7(\alpha+\beta)+10=1$

$\Rightarrow$ $2\times(25-2k)+7\times(-5)+10=1$

$\Rightarrow$ $50-4k+(-35)+10=1$

$\Rightarrow$ $-4k=-24$ $\Rightarrow$ $k=6$

19. 技巧與分析

(1) 依據題意列出相關的方程式

(2) 利用加減消去法解聯立方程式

解析

設 A 、 B 型機器原先一台的每日產能分別為 x 、 y 個口罩，由題意可知

平時口罩的每日總產量：

$5x+3y=11070\cdots\cdots$①

目前緊急添購機器後

A 型有 $5+3=8$ 台， B 型有 $3+9=12$ 台

$\because$ 目前提高所有機器的每日產能至原先的 150%

$\therefore$ 目前口罩的每日總產量：

$(8x+12y)\times150\%=42120$

$\Rightarrow$ $12x+18y=42120$

$\overset{\div6}{\Rightarrow}$ $2x+3y=7020\cdots\cdots$②

①−② ： $3x=4050$ $\overset{\div3}{\Rightarrow}$ $x=1350$

因此一台 A 型機器原先的每日產能為 1350 個口罩

20. 技巧與分析

行列式的運算性質：

(1) 某行的 k 倍加到另一行時，行列式的值不變

(2) 當某行的元素有公因數時，可提出

(3) 任意兩行互換時，行列式的值會變號

解析

$\times(-1)$ $\times(-1)$

$$\because \begin{vmatrix} a_1-2b_1-3c_1 & a_1-2c_1 & a_1 \\ a_2-2b_2-3c_2 & a_2-2c_2 & a_2 \\ a_3-2b_3-3c_3 & a_3-2c_3 & a_3 \end{vmatrix}$$

$\times\left(-\frac{3}{2}\right)$

$$=\begin{vmatrix} -2b_1-3c_1 & -2c_1 & a_1 \\ -2b_2-3c_2 & -2c_2 & a_2 \\ -2b_3-3c_3 & -2c_3 & a_3 \end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix} -2b_1 & -2c_1 & a_1 \\ -2b_2 & -2c_2 & a_2 \\ -2b_3 & -2c_3 & a_3 \end{vmatrix}$$

$$=(-2)\times(-2)\times\begin{vmatrix} b_1 & c_1 & a_1 \\ b_2 & c_2 & a_2 \\ b_3 & c_3 & a_3 \end{vmatrix}$$

$$=(-4)\times\begin{vmatrix} a_1 & c_1 & b_1 \\ a_2 & c_2 & b_2 \\ a_3 & c_3 & b_3 \end{vmatrix}=4\times\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

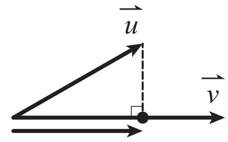
$$\therefore\ 4\times\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=8$$

$$\overset{\div4}{\Rightarrow}\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=2$$

21. 技巧與分析

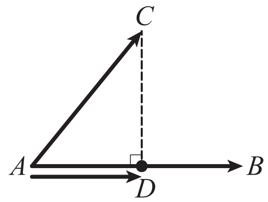
向量 $\overrightarrow{u}$ 在 $\overrightarrow{v}$ 上的正射影：

$$\left(\frac{\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}}{\left|\overrightarrow{v}\right|^2}\right)\overrightarrow{v}$$



$\overrightarrow{u}$ 在 $\overrightarrow{v}$ 上的正射影

解析



$\because$ $A(1,1)$、$B(5,-2)$、$C(5,2)$

$\therefore$ $\overrightarrow{AC}=(5-1,2-1)=(4,1)$

$\overrightarrow{AB}=(5-1,-2-1)=(4,-3)$

$\overrightarrow{AC}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的正射影 $\overrightarrow{AD}=\left(\dfrac{\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|^2}\right)\overrightarrow{AB}$

$=\dfrac{(4,1)\cdot(4,-3)}{\left(\sqrt{4^2+(-3)^2}\right)^2}(4,-3)$

$=\dfrac{4\times4+1\times(-3)}{5^2}(4,-3)=\dfrac{13}{25}(4,-3)$

$=\left(\dfrac{13}{25}\times4,\dfrac{13}{25}\times(-3)\right)=\left(\dfrac{52}{25},-\dfrac{39}{25}\right)$

$\because$ $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$

$=(-4,-1)+\left(\dfrac{52}{25},-\dfrac{39}{25}\right)$

$=\left(-4+\dfrac{52}{25},-1+\left(-\dfrac{39}{25}\right)\right)$

$=\left(-\dfrac{48}{25},-\dfrac{64}{25}\right)$

$\therefore$ $\overrightarrow{DC}=-\overrightarrow{CD}=\left(\dfrac{48}{25},\dfrac{64}{25}\right)$

而 $\overrightarrow{DC}=(x,y)$，則 $x=\dfrac{48}{25}$，$y=\dfrac{64}{25}$

因此 $x+y=\dfrac{48}{25}+\dfrac{64}{25}=\dfrac{112}{25}$

22. 技巧與分析

(1) 二項式定理

$$(x+y)^4=C^4_0x^4+C^4_1x^3y+C^4_2x^2y^2+C^4_3xy^3+C^4_4y^4$$

(2) 一元高次不等式的解

解析

由二項式定理知

$(ax+1)^4$

$=C^4_0\times(ax)^4+C^4_1\times(ax)^3\times1$

$+C^4_2\times(ax)^2\times1^2+C^4_3\times(ax)\times1^3+C^4_4\times1^4$

$=a^4x^4+4a^3x^3+6a^2x^2+4ax+1$

其 x^3 之係數為 $4a^3$

而其他各項係數為 a^4、$6a^2$、$4a$、1

由題意知 x^3 之係數大於其他各項係數，故

$4a^3>a^4$，$4a^3>6a^2$，$4a^3>4a$，$4a^3>1$

(1) $4a^3>a^4 \Rightarrow a^4-4a^3<0$

$\Rightarrow a^2(a^2-4a)<0 \overset{\div a^2}{\Rightarrow} a^2-4a<0$

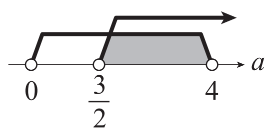
$\Rightarrow a(a-4)<0 \Rightarrow 0<a<4$

(2) $4a^3>6a^2 \Rightarrow 4a^3-6a^2>0$

$\Rightarrow 2a^2(2a-3)>0 \overset{\div 2a^2}{\Rightarrow} 2a-3>0$

$\Rightarrow a>\dfrac{3}{2}$

由(1)和(2)可得 $\dfrac{3}{2}<a<4$



而 $\dfrac{3}{2}<a<4$ 滿足 $4a^3>4a$ 和 $4a^3>1$

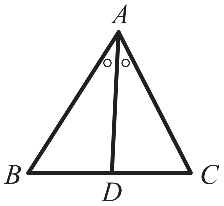
因此 a 的範圍為 $\dfrac{3}{2}<a<4$

23. 技巧與分析

(1) 角平分線性質：

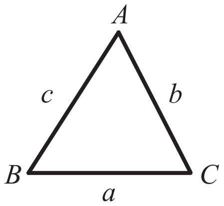
如圖，若 $\overline{AD}$ 平分 $\angle BAC$

則 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

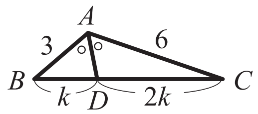


(2) 餘弦定理：

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$



解析



$\because$ $\angle A$ 之內角平分線交 $\overline{BC}$ 於 D

且 $\overline{AB}:\overline{AC}=3:6=1:2$

$\therefore$ $\overline{BD}:\overline{CD}=1:2$

設 $\overline{BD}=k$ ，$\overline{CD}=2k$ ，其中 $k>0$

則 $\overline{BC}=k+2k=3k$

令 $a=\overline{BC}$ ，$b=\overline{AC}$ ，$c=\overline{AB}$

由餘弦定理知：

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

$\Rightarrow$ $(3k)^2=6^2+3^2-2\times6\times3\times\cos120^\circ$

$\Rightarrow$ $9k^2=36+9-2\times6\times3\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

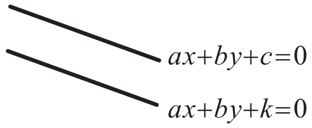
$\Rightarrow$ $k^2=7$ $\Rightarrow$ $k=\pm\sqrt{7}$（$-\sqrt{7}$ 不合）

因此 $\overline{CD}=2k=2\sqrt{7}$

24. 技巧與分析

平行於 $ax+by+c=0$ 的直線

可以假設為 $ax+by+k=0$



解析

(1) 設通過點 $D(-1,2)$ 且平行 L 的直線為

$L_2:3x+4y+n_1=0$

把 $D(-1,2)$ 代入得 $3\times(-1)+4\times2+n_1=0$

$\Rightarrow$ $n_1=-5$

則 $L_2:3x+4y-5=0$

(2) 設通過點 $G(-3,2)$ 且平行 L 的直線為

$L_3:3x+4y+n_2=0$

把 $G(-3,2)$ 代入得 $3\times(-3)+4\times2+n_2=0$

$\Rightarrow$ $n_2=1$

則 $L_3:3x+4y+1=0$

(3) $\because$ $L_1 // L$ 且 L_1 可把平面上七個點分成

●、▲二類

$\therefore$ 直線 L_1 位於 L_2 和 L_3 之間

因此 L_1 可以寫成 $3x+4y+k=0$

其中 $-5<k<1$

則(A) $3x+4y+2=0$（不合）

(B) $3x+4y-6=0$（不合）

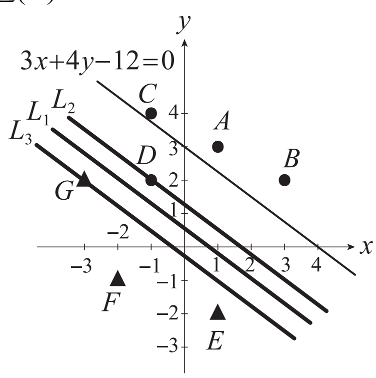
(C) $6x+8y+3=0$

$\overset{\div2}{\Rightarrow}$ $3x+4y+\frac{3}{2}=0$（不合）

(D) $6x+8y-3=0$

$\overset{\div2}{\Rightarrow}$ $3x+4y-\frac{3}{2}=0$（符合）

故選(D)

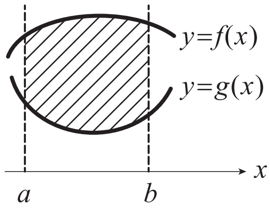


25. 技巧與分析

設兩函數 $f(x)$、$g(x)$ 在閉區間 $[a,b]$

若 $f(x)\geq g(x)$，則兩函數在閉區間所圍成區

域的面積為 $\int_a^b [f(x)-g(x)]dx$



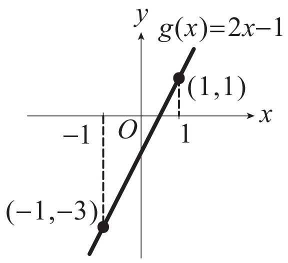
解析

(1) 令 $y=2x-1$

x	-1	1
y	-3	1

則 $y=g(x)$ 的圖形如圖

在閉區間 $[-1,1]$ 上的 $g(x)\leq 1$



(2) ∵　在閉區間 $[-1,1]$ 上的 $f(x)\geq 1$

∴　$y=f(x)$ 與 $y=g(x)$ 在閉區間 $[-1,1]$

所圍成區域的面積為

$$\int_{-1}^{1}[f(x)-g(x)]dx$$

$$=\int_{-1}^{1}f(x)dx-\int_{-1}^{1}g(x)dx$$

由題意知 $\int_{-1}^{1}f(x)dx=5$

而 $\int_{-1}^{1}g(x)dx=\int_{-1}^{1}(2x-1)dx=\left(x^2-x\right)\Big|_{-1}^{1}$

$$=\left(1^2-1\right)-\left[(-1)^2-(-1)\right]$$

$$=-2$$

故所求的面積 $=5-(-2)=7$