109指考最前線-數學乙

班級：＿＿＿＿　座號：＿＿＿　姓名：＿＿＿＿＿＿＿＿

總分	

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 74 分）

一、單選題（占 **18** 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

(　　)1. 矩陣$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^5$與下列哪一個矩陣相等？

(1)$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -5 & -1 \end{bmatrix}$　(2)$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$　(3)$\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$　(4)$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$　(5)$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$。

(　　)2. 某畢業班由 8 位同學負責畢旅規劃，分成 A、B、C 三組，且三組分別由 3 人、3 人、2 人組成。8 位同學每人都會被分配到其中一組，且甲、乙兩位同學一定要在同一組。這 8 位同學總共有幾種分組方式？

(1) 140 種　(2) 150 種　(3) 160 種　(4) 170 種　(5) 180 種。

(　　)3. 為了瞭解 IQ 和腦容量是否有關，一項小型研究利用核磁共振測量了 5 個人的腦容量（以 10,000 像素為單位），連同他們的 IQ 列表如下：

腦容量(X)	90	95	91	88	106
IQ(Y)	90	100	112	80	103

已知上表中的 X 之平均值為 $\mu_X = 94$，Y 之平均值為 $\mu_Y = 97$，腦容量(X)與IQ(Y)的相關係數為 $r_{X,Y}$。根據上述表格，試判斷 $r_{X,Y}$ 的值最可能是下列哪一個選項？

(1) $r_{X,Y} \le -1$

(2) $-1 < r_{X,Y} < -0.5$

(3) $r_{X,Y} = 0$

(4) $0 < r_{X,Y} < 0.5$

(5) $r_{X,Y} \ge 1$。

二、多選題（占 **24** 分）

說明：第 4 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

(　　)4. 設 $f(x)$ 為二次實係數多項式函數且 $f(x)=0$ 沒有實根。試選出正確的選項。

(1) $f(0)>0$

(2) $f(1)f(2)>0$

(3)若 $f(x)-1=0$ 有實根，則 $f(x)-2=0$ 有實根

(4)若 $f(x)-1=0$ 有重根，則 $f(x)-\frac{1}{2}=0$ 沒有實根

(5)若 $f(x)-1=0$ 有兩相異實根，則 $f(x)-\frac{1}{2}=0$ 有實根。

(　　)5. 數列 $a_1, a_2, \cdots$ 中，其奇數項是一個公比為 $\frac{1}{3}$ 的等比數列，而偶數項是一個公比為 $\frac{1}{2}$ 的等比數列，且 $a_1=3, a_2=2$。試選出正確的選項。

(1) $a_4>a_5>a_6>a_7$

(2) $\frac{a_{10}}{a_{11}}>10$

(3) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=0$

(4) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}=0$

(5) $\sum\limits_{n=1}^{100} a_n>9$。

(　　)6. 有一種在數線上移動一個棋子的遊戲，移動棋子的方式是以投擲一顆公正骰子來決定，其規則如下：

（一）當所擲點數為 1 點時，棋子不移動。

（二）當所擲點數為 3 或 5 點時，棋子向左（負向）移動「該點數減 1」單位。

（三）當所擲點數為偶數時，棋子向右（正向）移動「該點數的一半」單位。

第一次擲骰子時，棋子以原點當起點。第二次開始，棋子以前一次棋子所在位置為該次的起點。例如，投擲骰子二次，第一、二次分別擲出點數為 5 點、2 點時，該棋子先向左移動 4 單位至坐標 -4，再向右移動 1 單位至坐標 -3。試選出正確的選項。

(1)投擲骰子一次，棋子與原點距離為 2 的機率為 $\frac{1}{2}$

(2)投擲骰子一次，棋子的坐標之期望值為 0

(3)投擲骰子二次，棋子的坐標有可能為 -5

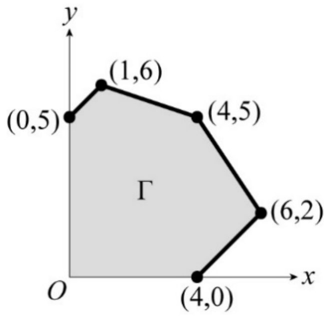
(4)投擲骰子二次，在所擲兩次之點數和為奇數的情形下，棋子的坐標為正的機率為 $\frac{4}{9}$

(5)投擲骰子三次，棋子在原點的機率為 $\left(\frac{1}{6}\right)^3$。

三、選填題（占 32 分）

說明：1.第 A 至 D 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（7–16）。 2.每題完全答對給 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

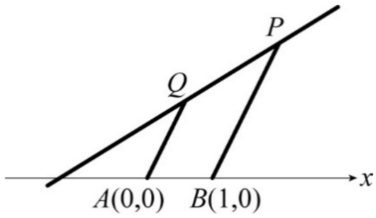
A. 坐標平面上有一個多邊形區域 Γ（含邊界），如圖所示。若 $k>0$，直線 $7x+2y=k$ 與兩坐標軸圍成一個三角形區域，使得多邊形區域 Γ 落在此三角形區域（含邊界）內，則最小正實數 $k=$ ⑦⑧ 。



B. 若隨機變數 X 的可能值為 1、2、3、4，其出現的機率 $P(X=k)$ 與 $\frac{1}{k}$ 成正比，則機率 $P(X=3)$ 為 $\frac{⑨}{⑩⑪}$。（化為最簡分數）

C. 一家公司僅有經理、秘書、業務三位成員，若只有秘書加薪 10%，則全公司薪資總支出增加 3%；若只有業務加薪 20%，則全公司薪資總支出增加 4%。如果只有經理減薪 15%，那麼全公司薪資總支出將減少 ⑫.⑬ %。

D. 坐標平面上有一梯形，四個頂點分別為 $A(0,0), B(1,0), P, Q$，其中過 P, Q 兩點的直線方程式為 $y=2x+4$，下圖為示意圖。若 Q 點的坐標為 $(a, 2a+4)$，其中實數 $a\ge 0$，則梯形 $ABPQ$ 的面積為 $\frac{⑭}{⑮}a+⑯$。（化為最簡分數）



第貳部分：非選擇題（占 26 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、……），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。若因字跡潦草、未標示題號、標錯題號等原因，致評閱人員無法清楚辨識，其後果由考生自行承擔。每一子題配分標於題末。

一、傳染病在發生初期時，由於大部分人未感染且無抗體，所以總感染人數大都以指數形式成長。在「初始感染人數為 P_0 ，且每位已感染者平均一天會傳染給 r 位未感染者」的前提下，n 天後感染到此疾病的總人數 P_n 可以表示為

$$P_n = P_0(1+r)^n \text{，其中 } P_0 \ge 1 \text{ 且 } r > 0 \text{。}$$

試回答下列問題：

(1)已知 $A=\dfrac{\log P_5-\log P_2}{3}$ ， $B=\dfrac{\log P_8-\log P_6}{2}$ ，試說明 $A=B$ 。（4 分）

(2)已知某傳染病初期符合上述數學模型且每隔 16 天總感染人數會增加為 10 倍，試求 $\dfrac{P_{20}}{P_{17}}\times\dfrac{P_8}{P_6}\times\dfrac{P_5}{P_2}$ 的值。（5 分）

(3)承(2)，試求 $\dfrac{\log P_{20}-\log P_{17}}{3}$ 的值。（4 分）

二、在坐標平面上，兩平行直線 L_1, L_2 的斜率都是 2 且距離為 5，又點 $A(2,-1)$ 是 L_1 在第四象限的一點，點 B 是 L_2 在第二象限的一點且 $\overline{AB}=5$ 。已知直線 L_3 的斜率為 3，通過點 A 且交 L_2 於點 C，試回答下列問題：

(1)試求直線 AB 的斜率。（2 分）

(2)試求向量 $\overrightarrow{AB}$ 。（4 分）

(3)試求內積 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ 的值。（3 分）

(4)試求向量 $\overrightarrow{AC}$ 。（4 分）

試題大剖析

桃園高中／陳清風

答　案

第壹部分：選擇題

一、單選題

1. (5)　2. (1)　3. (4)

二、多選題

4. (2)(3)(4)　5. (2)(3)　6. (2)(4)

三、選填題

A. 46　B. $\frac{4}{25}$　C. 7.5　D. $\frac{5}{2}a+5$

第貳部分：非選擇題

一、(1)見解析　(2) $\sqrt{10}$　(3) $\frac{1}{16}$

二、(1) $-\frac{1}{2}$　(2) $\left(-2\sqrt{5},\sqrt{5}\right)$　(3) 25　(4) $\left(5\sqrt{5},15\sqrt{5}\right)$

解　析

第壹部分：選擇題

一、單選題

1.　出處：第四冊　第三章 矩陣

難易度：易

解：利用矩陣的乘法，得

$$\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 1 & -1\end{bmatrix}^2=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 1 & -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 1 & -1\end{bmatrix}^3=\begin{bmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 1 & -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 3 & -1\end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 1 & -1\end{bmatrix}^5=\begin{bmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 3 & -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 5 & -1\end{bmatrix}。$$

故選(5)。

2. 出處：第二冊　第二章 排列、組合

難易度：易

解：分三類：

①甲、乙同在 A 組：有 $C_1^6C_3^5C_2^2=60$ 種。

②甲、乙同在 B 組：有 $C_3^6C_1^3C_2^2=60$ 種。

③甲、乙同在 C 組：有 $C_3^6C_3^3=20$ 種。

共有 $60+60+20=140$ 種方法。

故選(1)。

3. 出處：第二冊　第四章 數據分析

難易度：易

解：觀察表中的 5 個數據可發現：腦容量(X)增加時，IQ(Y)有增加的趨勢。

因此 X 與 Y 呈現正相關，即 $r_{X,Y}>0$。

因為 X 與 Y 的散布圖非一直線，所以 $r_{X,Y}\neq 1$。

又因為 $r_{X,Y}$ 滿足 $-1\le r_{X,Y}\le 1$，所以 $0<r_{X,Y}<1$。

故選(4)。

【另解】

因為

$$S_{xx}=\sum_{i=1}^{5}\left(x_i-\mu_x\right)^2=(-4)^2+1^2+(-3)^2+(-6)^2+12^2=206,$$

$$S_{yy}=\sum_{i=1}^{5}\left(y_i-\mu_y\right)^2=(-7)^2+3^2+15^2+(-17)^2+6^2=608,$$

$$S_{xy}=\sum_{i=1}^{5}\left(x_i-\mu_x\right)\left(y_i-\mu_y\right)=(-4)\times(-7)+1\times 3+(-3)\times 15+(-6)\times(-17)+12\times 6=160,$$

所以相關係數 $r_{x,y}=\dfrac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}}\times\sqrt{S_{yy}}}=\dfrac{160}{\sqrt{206\times\sqrt{608}}}=\dfrac{160}{\sqrt{206\times 4\sqrt{38}}}=\dfrac{40}{\sqrt{7828}}<\dfrac{40}{80}=0.5$。

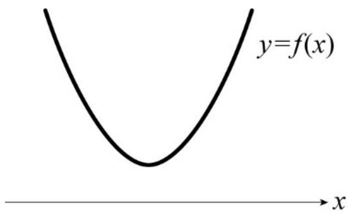
故選(4)。

二、多選題

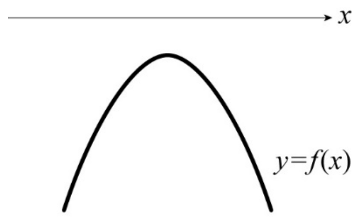
4. 出處：第一冊　第二章 多項式函數

難易度：中

解：因為 $f(x)$ 為二次函數，且 $f(x)=0$ 沒有實根，所以拋物線 $y=f(x)$ 與 x 軸不相交，有以下兩種情形。



圖一



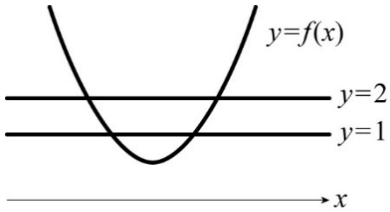
圖二

(1)╳：例如：在圖二中，$f(0)<0$。

(2)○：在圖一中，$f(1)>0$ 且 $f(2)>0$；在圖二中，$f(1)<0$ 且 $f(2)<0$。

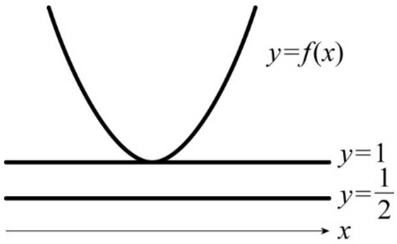
兩種情形均滿足 $f(1)f(2)>0$。

(3)○：若 $f(x)-1=0$（即 $f(x)=1$）有實根，則 $y=f(x)$ 與水平線 $y=1$ 有交點，如下圖。



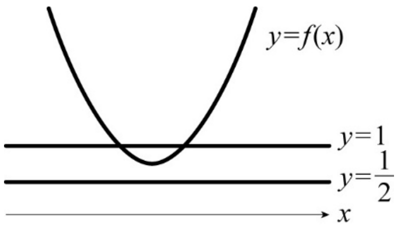
因為水平線 $y=2$ 比 $y=1$ 高，所以 $y=2$ 與 $y=f(x)$ 必相交，即 $f(x)-2=0$ 有實根。

(4)○：若 $f(x)-1=0$ 有重根，則 $y=f(x)$ 與水平線 $y=1$ 相切，如下圖。



因為水平線 $y=\frac{1}{2}$ 比 $y=1$ 低，所以 $y=\frac{1}{2}$ 與 $y=f(x)$ 不相交，即 $f(x)-\frac{1}{2}=0$ 沒有實根。

(5)╳：若 $f(x)-1=0$ 有兩相異實根，則 $y=f(x)$ 與水平線 $y=1$ 有兩相異交點，如下圖。



因為水平線 $y=\frac{1}{2}$ 比 $y=1$ 低，所以 $y=\frac{1}{2}$ 與 $y=f(x)$ 不一定有交點，

即 $f(x)-\frac{1}{2}=0$ 不一定有實根。

故選(2)(3)(4)。

5. 出處：選修數乙(下)　第一章 極限與函數

難易度：中

解：依題意，得 $a_1=3, a_3=3\times\left(\frac{1}{3}\right), a_5=3\times\left(\frac{1}{3}\right)^2,\cdots$

$$a_2=2, a_4=2\times\left(\frac{1}{2}\right), a_6=2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2,\cdots$$

(1)╳：因為 $a_5=\frac{1}{3}, a_6=\frac{1}{2}$，即 $a_5<a_6$，所以此選項不正確。

(2)○：$\frac{a_{10}}{a_{11}}=\frac{2\times\left(\frac{1}{2}\right)^4}{3\times\left(\frac{1}{3}\right)^5}=\frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{81}}=\frac{81}{8}>10$。

(3)○：因為公比 $\frac{1}{3}$ 與 $\frac{1}{2}$ 都在區間 $(-1,1)$ 內，所以 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$。

(4)╳：當 n 為奇數時，令 $k=\frac{n-1}{2}$，則 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\lim\limits_{k\to\infty}\frac{2\times\left(\frac{1}{2}\right)^k}{3\times\left(\frac{1}{3}\right)^k}=\lim\limits_{k\to\infty}\frac{2}{3}\times\left(\frac{3}{2}\right)^k$。

因為 $\frac{3}{2}>1$，所以此極限不存在。

(5)╳：$\sum_{n=1}^{100}a_n=\left(3+3\times\frac{1}{3}+\cdots+3\times\left(\frac{1}{3}\right)^{49}\right)+\left(2+2\times\frac{1}{2}+\cdots+2\times\left(\frac{1}{2}\right)^{49}\right)$

$$=\frac{3\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{50}\right)}{1-\frac{1}{3}}+\frac{2\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{50}\right)}{1-\frac{1}{2}}$$

$$=\frac{9}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{50}\right)+4\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{50}\right)$$

$$=\frac{17}{2}-\frac{9}{2}\times\left(\frac{1}{3}\right)^{50}-4\times\left(\frac{1}{2}\right)^{50}<8.5$$ 。

故選(2)(3)。

6. 出處：選修數乙(上)　第一章 機率與統計

難易度：中

解：(1)╳：因為棋子與原點距離為 2 有擲出 3 點（坐標為 -2）與擲出 4 點（坐標為 2）兩種情形，所以其機率為 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$。

(2)○：令隨機變數 X 為投擲一次棋子的坐標，其機率分布如下：

點數	1	2	3	4	5	6
X	0	1	-2	2	-4	3
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

期望值 $E(X)=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{1}{6}+(-2)\times\frac{1}{6}+2\times\frac{1}{6}+(-4)\times\frac{1}{6}+3\times\frac{1}{6}=0$。

(3)╳：從 $0,1,-2,2,-4,3$ 中可重複的任選二次，其和不可能為 -5。

(4)○：設 (x,y) 表示第一次擲出 x 點，第二次擲出 y 點。點數和為奇數且坐標為正的情形有 $(1,2),(1,4),(1,6),(2,1),(3,6),(4,1),(6,1),(6,3)$ 共 8 種情形。

因此 $P(\text{和為奇且坐標為正})=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$。

故 $P(\text{坐標為正}|\text{和為奇})=\frac{P(\text{和為奇且坐標為正})}{P(\text{和為奇})}=\frac{\frac{2}{9}}{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}=\frac{4}{9}$。

(5)╳：從 $0,1,-2,2,-4,3$ 中可重複的任選三次，其和為 0 的情形除了 $(0,0,0)$ 外還有其他的情形（如 $(0,2,-2),(1,1,-2)$ 等），所以其機率大於 $\left(\frac{1}{6}\right)^3$。

故選(2)(4)。

三、選填題

A. 出處：第三冊　第二章 直線與圓

難易度：易

解：將 Γ 在第一象限的三個頂點 $(1,6)$、$(4,5)$、$(6,2)$ 分別代入 $7x+2y=k$，得 $k=19$、38、46。

得知直線 $7x+2y=46$ 可符合題目要求。故 k 的最小值為 46。

B. 出處：選修數學乙(上)　第一章 機率與統計

難易度：易

解：依題意，設隨機變數 X 的機率分布如下：

X	1	2	3	4
P	h	$\frac{1}{2}h$	$\frac{1}{3}h$	$\frac{1}{4}h$

其中 h 為常數。因為所有機率和等於 1，所以 $h+\frac{1}{2}h+\frac{1}{3}h+\frac{1}{4}h=1$，

解得 $h=\frac{12}{25}$。故 $P(X=3)=\frac{1}{3}\times\frac{12}{25}=\frac{4}{25}$。

C. 出處：第二冊　第四章 數據分析

難易度：易

解：設經理、秘書、業務三人薪資分別為 a、b、c 元，且薪資總和 $a+b+c=n$ 元。

依題意，得 $\begin{cases} \dfrac{n+0.1b}{n}=1.03 \\ \dfrac{n+0.2c}{n}=1.04 \end{cases}$

整理得 $b=0.3n$ ，$c=0.2n$ ，再得 $a=n-0.3n-0.2n=0.5n$ 。

因此 $\dfrac{a\times 0.85+b+c}{n}=\dfrac{0.5n\times 0.85+0.3n+0.2n}{n}=0.925$ 。

故所求為 $1-0.925=0.075=7.5\%$ 。

D. 出處：第三冊　第三章 平面向量

難易度：中

解：(1)若 $a>0$ ，

①求 P 點的坐標：

直線 AQ 的斜率為 $\dfrac{(2a+4)-0}{a-0}=\dfrac{2a+4}{a}$ 。

因為 $\overline{BP}\,//\,\overline{AQ}$ ，所以利用點斜式，得直線 BP 的方程式為 $y-0=\dfrac{2a+4}{a}(x-1)$ ，

即 $(2a+4)x-ay=2a+4$ 。

解聯立方程式 $\begin{cases} 2x-y=-4 \\ (2a+4)x-ay=2a+4 \end{cases}$ ，得 $x=\dfrac{3a+2}{2}$ ，$y=3a+6$ ，

因此 P 點的坐標為 $\left(\dfrac{3a+2}{2},3a+6\right)$

②計算梯形面積：

$\triangle ABQ$ 面積 $=\dfrac{1\times(2a+4)}{2}=a+2$ 。

又因為 $\overrightarrow{BQ}=(a-1,2a+4)$ ，$\overrightarrow{BP}=\left(\dfrac{3a}{2},3a+6\right)$ ，

所以 $\triangle BPQ$ 面積為 $\dfrac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} a-1 & 2a+4 \\ \dfrac{3a}{2} & 3a+6 \end{vmatrix}\right|=\dfrac{1}{2}\left|(3a^2+3a-6)-(3a^2+6a)\right|=\dfrac{1}{2}\left|-3a-6\right|=\dfrac{3a+6}{2}$ 。

故梯形 $ABPQ$ 面積 $=\triangle ABQ$ 面積 $+\triangle BPQ$ 面積 $=\dfrac{3a+6}{2}+(a+2)=\dfrac{5a+10}{2}=\dfrac{5}{2}a+5$ 。

(2)若 $a=0$ ，則 $Q(0,4)$ ，$P(1,6)$ ，

所以梯形 $ABPQ$ 面積 $=\dfrac{(4+6)\times 1}{2}=5=\dfrac{5}{2}a+5$ 。

故由(1)(2)得所求 $=\dfrac{5}{2}a+5$ 。

第貳部分：非選擇題

一、出處：第一冊　第三章 指數、對數函數

難易度：中

解：(1)因為

$$A=\frac{\log P_5-\log P_2}{3}=\frac{1}{3}\log\frac{P_5}{P_2}=\frac{1}{3}\log\frac{P_0(1+r)^5}{P_0(1+r)^2}=\frac{1}{3}\log(1+r)^3=\log(1+r)\text{ ，}$$

$$B=\frac{\log P_8-\log P_6}{2}=\frac{1}{2}\log\frac{P_8}{P_6}=\frac{1}{2}\log\frac{P_0(1+r)^8}{P_0(1+r)^6}=\frac{1}{2}\log(1+r)^2=\log(1+r)\text{ ，}$$

所以 $A=B$ 。

(2)因為 $\frac{P_{n+16}}{P_n}=\frac{P_0(1+r)^{n+16}}{P_0(1+r)^n}=(1+r)^{16}$ ，所以 $(1+r)^{16}=10$ 。

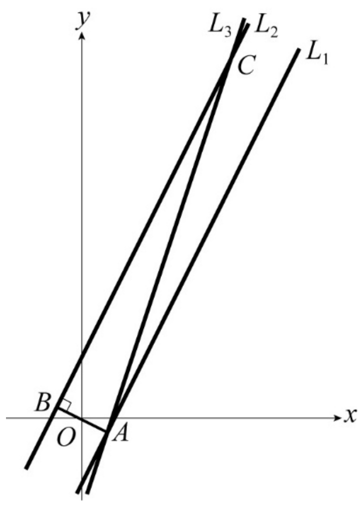
故 $\frac{P_{20}}{P_{17}}\times\frac{P_8}{P_6}\times\frac{P_5}{P_2}=(1+r)^3\times(1+r)^2\times(1+r)^3=(1+r)^8=\left((1+r)^{16}\right)^{\frac{1}{2}}=10^{\frac{1}{2}}=\sqrt{10}$ 。

(3) $\frac{\log P_{20}-\log P_{17}}{3}=\frac{1}{3}\log\frac{P_{20}}{P_{17}}=\frac{1}{3}\log(1+r)^3=\log(1+r)=\log\left((1+r)^{16}\right)^{\frac{1}{16}}=\log 10^{\frac{1}{16}}=\frac{1}{16}$ 。

二、出處：第三冊　第三章 平面向量

難易度：中

解：依題意，作圖如下：



①求直線 AB 的方程式：

因為兩平行直線 L_1 與 L_2 的距離為 5，且 $\overline{AB}=5$ ，所以 $\overline{AB}\perp L_2$ 。

又因為直線 L_2 的斜率為 2，所以直線 AB 的斜率為 $-\frac{1}{2}$ ，

得直線 AB ： $y-(-1)=-\frac{1}{2}(x-2)$ ，即 $x+2y=0$ 。

②求直線 L_2 的方程式：

因為 L_1：$y+1=2(x-2)$，即 $2x-y-5=0$，所以可設 L_2：$2x-y+c=0$。

又因為 L_1 與 L_2 的距離為 5，所以 $\dfrac{|c-(-5)|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=5\Rightarrow|c+5|=5\sqrt{5}$，解得 $c=-5\pm5\sqrt{5}$。

因為 y 截距 $c>0$，所以 $c=-5+5\sqrt{5}$，即 L_2：$2x-y-5+5\sqrt{5}=0$。

③求 B 點的坐標：

解聯立方程式 $\begin{cases}x+2y=0\\2x-y-5+5\sqrt{5}=0\end{cases}$，得 $x=2-2\sqrt{5},\ y=-1+\sqrt{5}$，

即 $B\left(2-2\sqrt{5},-1+\sqrt{5}\right)$。

④求 C 點的坐標：

直線 AC：$y-(-1)=3(x-2)$，即 $3x-y-7=0$。

解聯立方程式 $\begin{cases}3x-y-7=0\\2x-y-5+5\sqrt{5}=0\end{cases}$，得 $x=2+5\sqrt{5},\ y=-1+15\sqrt{5}$，

即 $C\left(2+5\sqrt{5},-1+15\sqrt{5}\right)$。

由以上討論，得

(1) 直線 AB 的斜率為 $-\dfrac{1}{2}$。

(2) 向量 $\overrightarrow{AB}=\left(2-2\sqrt{5}-2,-1+\sqrt{5}-(-1)\right)=\left(-2\sqrt{5},\sqrt{5}\right)$。

(3) 因為 $\overrightarrow{AC}=\left(2+5\sqrt{5}-2,-1+15\sqrt{5}-(-1)\right)=\left(5\sqrt{5},15\sqrt{5}\right)$，

所以內積 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\left(-2\sqrt{5},\sqrt{5}\right)\cdot\left(5\sqrt{5},15\sqrt{5}\right)=-50+75=25$。

(4) 向量 $\overrightarrow{AC}=\left(5\sqrt{5},15\sqrt{5}\right)$。