

## 數學 ( B )

### 一、試題分析

1. 難易適中：

近幾年的統測試題都相當穩定，各章節考題皆偏向基本計算，惟重點觀念仍需正確。

2. 試題簡易化，重視基本觀念：

此份考題，第 2、3、4、6、10、20、23、24 題皆為觀念正確、了解題目敘述所代表之數學概念，即可輕易解答。

第 13、19 題雖為二次曲線之考題，但實則為第一章直線方程式之基本運算。

3. 提升閱讀能力，將有助於快速理解題目與數學的關聯性：

不難看出許多考題仍以素養方式敘述，舉凡第 3、8、20、24 題。同學可特別注意此類考題常常偏容易，主要測驗考生對生活中數學敘述的理解能力。

4. 部分題型有答案逆推或是侷限之現象，並出現普高題型但技高改得較簡易：

第 7 題：利用  $-1 \leq x \leq 5$  推算出絕對值不等式及二次不等式較不容易，但由答案計算符合相同範圍則為簡易。

第 17 題：普高考題針對奇函數做定積分，因積分範圍為正負對稱，即可知悉答案為 0。所幸計算過程不難，考生亦可嘗試實際代入計算定積分值。

第 18 題：與雙曲線不相交直線有無限多條，漸近線則為其中兩條，而答案即為漸近線，讓此題符合技高所學內容。

第 21 題：此為普高三根之根與係數，巧妙利用已知一根，再運用綜合除法，將方程式降為二次後，再利用二次方程式之根與係數。

第 22 題：技高較缺乏解聯立時有平方之計算，此題設計讓  $A$ 、 $B$  兩點之  $y$  坐標相同，減低所需的計算量。

5. 考題規律剖析：

106、107 年考題按照章節順序命題，而去年與今年皆無此規律。今年再度以公平原則分配答案平均， $A \sim D$  各出現 6~7 次，並且選項中的答案若為數值，都會按照大小順序出現，對於數感較好的同學將有利於答案正確性的分析。

## 二、配分比例表

單元名稱	題數	單元名稱	題數
直線方程式	0	不等式及其應用	2
三角函數	2	排列組合	2
向量	1	機率	2
指數與對數及其運算	1	統計	2
數列與級數	1	三角函數的應用	2
式的運算	3	二次曲線	4
方程式	1	微積分及其應用	2



# 109 學年度四技二專統一入學測驗

## 數學 (B)

### 數學 B 參考公式

1. 二倍角公式： $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

2. 設有一組母體資料  $x_1, x_2, \dots, x_N$ ，其算術平均數為  $\mu$ ，則母體標準差為

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}}$$

3. 點  $P(x_0, y_0)$  到直線  $L: ax + by + c = 0$  的距離為  $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

4. 參考數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ 、 $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ 、 $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

### 單選題 (每題 4 分，共 100 分)

( ) 1. 若  $\sin 2\theta = \frac{1}{2}$ ，則  $(\sin\theta + \cos\theta)^2 = ?$

(A)  $\frac{1}{4}$  (B)  $\frac{3}{4}$  (C) 1 (D)  $\frac{3}{2}$ 。

( ) 2. 若  $\theta$  為一個象限角，且由計算器得知  $\sin\theta$  及  $\cos\theta$  都小於 0，則  $\theta$  為哪一象限角？

(A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限。

( ) 3. 某一個電腦的過關遊戲中，從據點  $A$  到據點  $C$  必須經過據點  $B$ 。若從據點  $A$  到據點  $B$  可以選擇的路徑有 2 條，從據點  $B$  到據點  $C$  可以選擇的路徑有 3 條，則從據點  $A$  到據點  $C$  有幾種走法？

(A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 9。

( ) 4. 若  $f(x) = x + \pi^2$ ，其中  $\pi$  為圓周率，則  $f'(x) = ?$

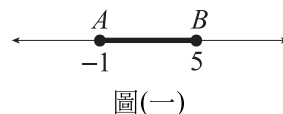
(A) 1 (B)  $1 + \pi$  (C)  $1 + 2\pi$  (D)  $1 + \pi^2$ 。

( ) 5. 若  $\theta$  為第二象限角，且  $\sin\theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$ ，則  $\cos\theta = ?$

(A)  $-\frac{3}{4}$  (B)  $-\frac{\sqrt{5}}{4}$  (C)  $\frac{\sqrt{5}}{4}$  (D)  $\frac{3}{4}$ 。

- ( ) 6. 已知甲、乙兩人同時投資不同股票且兩人的投資互不影響。若甲的獲利機率為 0.5，乙的獲利機率為 0.8，則兩人同時獲利的機率為何？  
 (A) 0.8 (B) 0.65 (C) 0.5 (D) 0.4。

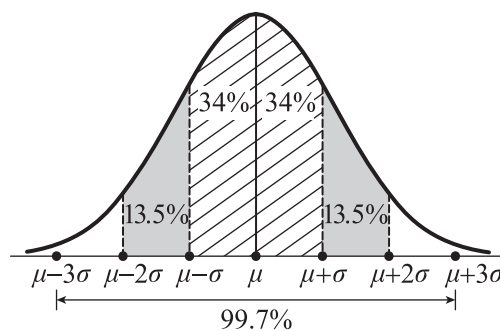
- ( ) 7. 若點  $A$  與點  $B$  在數線上的坐標分別是  $-1$  與  $5$ ，則線段  $\overline{AB}$  (包含兩端點，如圖(一)所示) 是下列哪一個不等式之解的圖形？



- (A)  $|x-1| \leq 4$  (B)  $|x+1| \leq 5$  (C)  $x^2 - 4x - 5 \leq 0$  (D)  $x^2 + 6x + 5 \leq 0$ 。

- ( ) 8.  $A$  公司提供的免費午餐有素食及葷食二種選擇。根據某員工在公司的用餐習慣，用素食的隔天再用素食的機率為 0.8，而用葷食的隔天用素食的機率為 0.5。若該員工星期二用葷食，則星期四用素食的機率為何？  
 (A) 0.25 (B) 0.4 (C) 0.64 (D) 0.65。

- ( ) 9. 已知某項考試共有 3600 人應考，考試成績近似常態分配，如圖(二)所示，又考試成績的平均分數  $\mu$  為 65 分，標準差  $\sigma$  為 10 分。若成績高於 85 分的人數為  $x$ ，則下列何者正確？



- (A)  $x \leq 50$   
 (B)  $51 \leq x \leq 150$   
 (C)  $151 \leq x \leq 250$   
 (D)  $251 \leq x \leq 350$ 。

- ( ) 10. 已知某班學生期中考數學科平均成績為 45 分。若老師將每位學生數學科成績加 20 分，則該科的統計資料中平均數、中位數、眾數、標準差在下列敘述中何者正確？  
 (A) 僅平均數加 20 分 (B) 僅平均數、中位數加 20 分  
 (C) 僅標準差未加 20 分 (D) 全部都加 20 分。

- ( ) 11.  $2^{1000}$  大約等於下列何者？  
 (A)  $10^{100}$  (B)  $10^{200}$  (C)  $10^{300}$  (D)  $10^{400}$ 。

- ( ) 12. 若  $a + a^{-1} = 2$ ，則  $a^3 + a^{-3} = ?$   
 (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8。

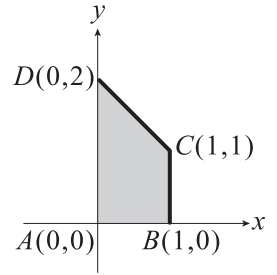
- ( ) 13. 若  $A$ 、 $B$  兩點分別是拋物線  $y = x^2$  與直線  $x = -3$ 、 $x = 1$  的交點，則直線  $\overleftrightarrow{AB}$  與下列哪一條直線平行？  
 (A)  $y = -2x$  (B)  $y = \frac{-1}{2}x$  (C)  $y = \frac{1}{2}x$  (D)  $y = 2x$ 。

- ( ) 14. 已知  $(x+1)^3$  除  $f(x)$  的餘式為  $x^2 - 2x + 3$ 。若  $(x+1)^2$  除  $f(x)$  的餘式為  $ax + b$ ，則  $a + b = ?$   
 (A) -2 (B) -1 (C) 3 (D) 4。
- ( ) 15. 如圖(三)所示，四邊形  $ABCD$  的四個頂點為  $A(0,0)$ 、 $B(1,0)$ 、 $C(1,1)$  及  $D(0,2)$ ，則四邊形  $ABCD$  區域為下列哪一個聯立不等式的圖解？
- (A)  $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 2 \\ x + 2y \leq 2 \end{cases}$

(C)  $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1 \\ x + y \leq 2 \end{cases}$

(B)  $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \\ 2x + y \leq 2 \end{cases}$

(D)  $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \\ x + y \leq 2 \end{cases}$
- ( ) 16. 利用降階法將行列式  $\begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$  依第二列展開，可得  $a \cdot \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ x & 1 \end{vmatrix} + b \cdot \begin{vmatrix} 1 & y \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + c \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & z \end{vmatrix}$ ，則  $a + b + c + x + y + z = ?$   
 (A) -4 (B) 0 (C) 5 (D) 6。
- ( ) 17. 求  $\int_{-2}^2 (30x^5 - 16x^7 - 20x^3) dx = ?$   
 (A) -192 (B) -6 (C) 0 (D) 192。
- ( ) 18. 若  $C$  為坐標平面上的雙曲線，且其方程式為  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ ，則下列哪一條直線與  $C$  沒有交點？  
 (A)  $y = \frac{-2}{5}x$  (B)  $y = \frac{-1}{5}x$  (C)  $y = \frac{3}{5}x$  (D)  $y = \frac{4}{5}x$ 。
- ( ) 19. 已知圓  $C : (x-3)^2 + (y-2)^2 = 1$ 。若點  $P$  是圓  $C$  上一點，則  $P$  到直線  $L : 3x + 4y + 8 = 0$  的最短距離為何？  
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。
- ( ) 20.  $A$  學校桌球校隊有甲、乙、丙、丁、戊五位選手，有一天  $A$  學校桌球校隊與他校進行友誼賽。由於時間關係，只進行單打、雙打比賽各一場，且兩場比賽同時進行。若任意推出選手參賽（不考慮默契等因素），則  $A$  學校可推出的參賽選手名單有多少種？  
 (A) 12 (B) 30 (C) 125 (D) 243。



圖(三)

- ( ) 21. 已知  $\alpha$ 、 $\beta$  及  $-3$  為方程式  $x^3 - x^2 - 11x + 3 = 0$  的三個相異解。求  $|\alpha - \beta| = ?$   
 (A)  $2\sqrt{3}$  (B) 4 (C) 6 (D)  $4\sqrt{5}$ 。
- ( ) 22. 已知  $A(-1, 4)$ 、 $B(5, 4)$  為坐標平面上兩點。若拋物線  $H: y = C(x - h)^2$  通過  $A$ 、 $B$  兩點，則  $C + h = ?$   
 (A)  $\frac{13}{5}$  (B)  $\frac{22}{9}$  (C)  $\frac{18}{7}$  (D)  $\frac{17}{4}$ 。
- ( ) 23. 已知  $A(3, 1)$ 、 $B(2, -3)$ 、 $C(7, -1)$  及  $D(x, y)$  為坐標平面上的四個點。若  $\vec{AB} + 2\vec{AC} = \vec{CD}$ ，則  $x + y = ?$   
 (A)  $-8$  (B)  $-4$  (C) 5 (D) 6。
- ( ) 24. 某部以“尋寶”為主題的電影中，男主角進到第二道關卡時看到了一扇巨大的鐵門，門邊有 100 個按鈕，每個按鈕都有一個數字，分別是從 1 到 100。牆上有一個過關提示，上面印著：“有一個等差數列，其第 11 項和第 16 項分別為 31 和 56，按下該數列第 20 項數字的按鈕，鐵門就會打開”，則按下哪一個數字的按鈕就會開門？  
 (A) 65 (B) 76 (C) 83 (D) 99。
- ( ) 25. 某甲沿著馬路向正前方一棟大樓直線前進，抬頭看大樓頂端的仰角為 30 度，走了 100 公尺後，第二次抬頭看大樓頂端，此時的仰角為 45 度，則第二次抬頭看大樓時距離大樓還有多遠？  
 (A)  $25(\sqrt{3} - 1)$  (B)  $50(\sqrt{3} + 1)$  (C)  $100(\sqrt{3} - 1)$  (D)  $100(\sqrt{3} + 1)$ 。

# 109 年統一入學測驗 數學 (B)

## 答 案

- 1.D 2.C 3.B 4.A 5.A 6.D 7.C 8.D 9.B 10.C  
11.C 12.A 13.A 14.A 15.D 16.B 17.C 18.D 19.D 20.B  
21.A 22.B 23.C 24.B 25.B

本試題答案係依據統一入學測驗中心公布之標準答案

### 1. 技巧與分析

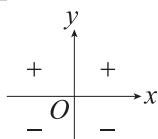
$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1, \sin 2\theta = 2\sin \theta \cos \theta$$

解析

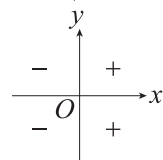
$$\begin{aligned} (\sin \theta + \cos \theta)^2 &= \sin^2 \theta + 2\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta \\ &= 1 + 2\sin \theta \cos \theta \\ &= 1 + \sin 2\theta \\ &= 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

### 2. 技巧與分析

$\sin \theta$  正負圖



$\cos \theta$  正負圖



解析

$$\sin \theta < 0$$

$\Rightarrow \theta$  可能為第三或第四象限角……①

$$\cos \theta < 0$$

$\Rightarrow \theta$  可能為第二或第三象限角……②

由①②得  $\theta$  為第三象限角

### 3. 技巧與分析

乘法原理

解析

A 至 C 包含 步驟一：A 至 B，2 種方法

步驟二：B 至 C，3 種方法

根據乘法原理共有  $2 \times 3 = 6$  種走法

### 4. 技巧與分析

多項式微分

$$f(x) = x^n \quad (n \neq 0)$$

$$\Rightarrow \frac{df(x)}{dx} = f'(x) = nx^{n-1}$$

$$f(x) = k, k \text{ 為常數} \Rightarrow \frac{df(x)}{dx} = f'(x) = 0$$

解析

$$f(x) = x + \pi^2 \quad (\pi \text{ 為圓周率} \Rightarrow \pi \text{ 為常數})$$

$$\Rightarrow f'(x) = 1 + 0 = 1$$

### 5. 技巧與分析

廣義角之三角函數：

若  $P(x, y)$  為標準位置角  $\theta$  終邊上的一點

$$\text{令 } r = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow \sin \theta = \frac{y}{r}, \cos \theta = \frac{x}{r}$$

解析

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{y}{r} \quad (\because r > 0)$$

$$\Rightarrow \text{取 } r = 4, y = \sqrt{7}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\Rightarrow 4 = \sqrt{x^2 + 7}$$

$$\Rightarrow 16 = x^2 + 7$$

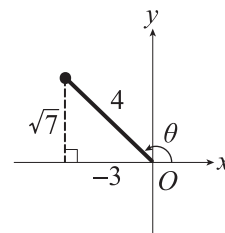
$$\Rightarrow x^2 = 9$$

$$\Rightarrow x = \pm 3$$

$$\because \theta \text{ 為第二象限角} \Rightarrow x < 0$$

$$\therefore x = -3$$

$$\text{則 } \cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{-3}{4}$$



6. 技巧與分析

獨立事件：若  $A$ 、 $B$  為獨立事件

$$\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

解析

令  $P(\text{甲}) = 0.5$ ，表示甲獲利機率

$P(\text{乙}) = 0.8$ ，表示乙獲利機率

$$P(\text{兩人同時獲利}) = P(\text{甲} \cap \text{乙})$$

$\therefore$  投資互不影響

$\therefore$  兩人投資獲利獨立

$$\begin{aligned} \Rightarrow P(\text{甲} \cap \text{乙}) &= P(\text{甲}) \times P(\text{乙}) \\ &= 0.5 \times 0.8 = 0.4 \end{aligned}$$

7. 技巧與分析

(1) 二次不等式：若  $a < b$  且  $(x-a)(x-b) \leq 0$

$$\Rightarrow a \leq x \leq b$$

(2) 絕對值不等式： $|x| \leq k$  ( $k \geq 0$ )

$$\Rightarrow -k \leq x \leq k$$

解析

如題目所敘述， $x$  的範圍為  $-1 \leq x \leq 5$

考慮每個選項所得出  $x$  解之情形

(A)  $|x-1| \leq 4$

$$\Rightarrow -4 \leq x-1 \leq 4$$

$$\Rightarrow -3 \leq x \leq 5$$

(B)  $|x+1| \leq 5$

$$\Rightarrow -5 \leq x+1 \leq 5$$

$$\Rightarrow -6 \leq x \leq 4$$

(C)  $x^2 - 4x - 5 \leq 0$

$$\Rightarrow (x-5)(x+1) \leq 0$$

$$\Rightarrow -1 \leq x \leq 5$$

(D)  $x^2 + 6x + 5 \leq 0$

$$\Rightarrow (x+1)(x+5) \leq 0$$

$$\Rightarrow -5 \leq x \leq -1$$

故選(C)

8. 技巧與分析

利用樹狀圖解題

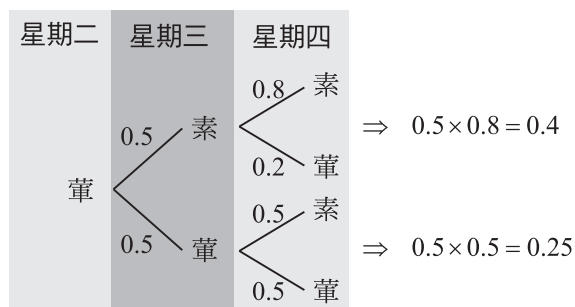
解析

若葷  $\xrightarrow{P}$  素，表示今天葷食隔天素食之機率為  $P$

根據題目  $\begin{matrix} 0.8 \\ \text{素} \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} 0.8 \\ \text{素} \end{matrix}$  且  $\begin{matrix} 0.5 \\ \text{葷} \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} 0.5 \\ \text{素} \end{matrix}$

$\Rightarrow \begin{matrix} 0.2 \\ \text{素} \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} 0.2 \\ \text{葷} \end{matrix}$  且  $\begin{matrix} 0.5 \\ \text{葷} \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} 0.5 \\ \text{葷} \end{matrix}$

畫樹狀圖：



故星期四用素食的機率為  $0.4 + 0.25 = 0.65$

9. 技巧與分析

了解常態分配圖之比例

解析

$$85 = 65 + 20 = 65 + 2 \times 10 = \mu + 2\sigma$$

根據圖(二)，高於 85 分的比例為

$$50\% - 34\% - 13.5\% = 2.5\%$$

故約有  $3600 \times 2.5\% = 90$  人高於 85 分

$$\Rightarrow 51 \leq x \leq 150$$

故選(B)

10. 技巧與分析

標準差不受加減數值影響

解析

數據皆加 20 分

$\Rightarrow$  平均數、中位數、眾數也會提高 20 分

但標準差不變 (標準差只受倍率影響)

故選(C)

11. 技巧與分析

(1)  $\log x = \text{首數} + \text{尾數}$ ，若首數  $n > 0$

$$\Leftrightarrow x \text{ 為 } n+1 \text{ 位數}$$

(2)  $\log_a b = x \Leftrightarrow b = a^x$

解析

試卷有提供  $\log 2 \approx 0.3010$

$$\text{考慮 } \log_{10} 2^{1000} = 1000 \times \log_{10} 2 \approx 1000 \times 0.3010$$

$$= 301$$

$$\therefore \log_{10} 2^{1000} \approx 301$$

$$\Rightarrow 2^{1000} \approx 10^{301}$$

〔另解〕

$$\log 2^{1000} \approx 1000 \times 0.3010 = 301$$

故  $2^{1000}$  為  $301+1 = 302$  位數



- (A)  $\log 10^{100} = 100 \Rightarrow 10^{100}$  為 101 位數  
 (B)  $\log 10^{200} = 200 \Rightarrow 10^{200}$  為 201 位數  
 (C)  $\log 10^{300} = 300 \Rightarrow 10^{300}$  為 301 位數  
 (D)  $\log 10^{400} = 400 \Rightarrow 10^{400}$  為 401 位數  
 故選(C)

12. 技巧與分析

- (1)  $x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$   
 (2)  $a^1 \times a^{-1} = a^{1+(-1)} = a^0 = 1$  之倒數性質

解析

$$\begin{aligned} a^3 + a^{-3} &= (a + a^{-1})^3 - 3a \times a^{-1}(a + a^{-1}) \\ &= 2^3 - 3 \times 1 \times 2 = 2 \end{aligned}$$

13. 技巧與分析

- (1) 斜截式： $y = mx + b \Rightarrow m$  表示斜率  
 (2)  $L_1 // L_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$   
 (若  $L_1$  及  $L_2$  不為鉛直線)

解析

$$\begin{aligned} x = -3 \text{ 代入 } y = x^2 \\ \Rightarrow y = 9 \Rightarrow \text{過點 } A(-3, 9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = 1 \text{ 代入 } y = x^2 \\ \Rightarrow y = 1 \Rightarrow \text{過點 } B(1, 1) \end{aligned}$$

$$m_{\overline{AB}} = \frac{1-9}{1-(-3)} = \frac{-8}{4} = -2$$

已知  $y = mx + b$  中  $m$  表示斜率  
 且  $L_1 // L_2 \Rightarrow m_1 = m_2$   
 $\therefore y = -2x$  之斜率為  $-2 = m_{\overline{AB}}$

$\therefore$  直線  $\overleftrightarrow{AB}$  與  $y = -2x$  平行

14. 技巧與分析

除法原理：  
 被除式 = 除式  $\times$  商式 + 餘式

解析

設  $f(x)$  除以  $(x+1)^3$  的商式為  $q(x)$

由除法原理知：

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+1)^3 \times q(x) + (x^2 - 2x + 3) \\ &= \underbrace{(x+1)^2 [(x+1) \times q(x)]}_{\text{①}} + \underbrace{x^2 - 2x + 3}_{\text{②}} \end{aligned}$$

①式可被  $(x+1)^2$  整除

$$\text{又 } (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

將②式除以  $x^2 + 2x + 1$

即

$$\begin{array}{r} 1 \\ x^2 + 2x + 1 \overline{) x^2 - 2x + 3} \\ \underline{x^2 + 2x + 1} \\ -4x + 2 \end{array}$$

故  $f(x)$  除以  $(x+1)^2$  之餘式為  $-4x + 2$

即  $a = -4$ ， $b = 2$

所以  $a + b = -4 + 2 = -2$

[另解]

令  $f(x)$  除以  $(x+1)^3$  之商式為  $q(x)$

根據除法原理

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+1)^3 q(x) + (x^2 - 2x + 3) \\ &= (x+1)^3 q(x) + (x^2 + 2x + 1) + (-4x + 2) \\ &= (x+1)^3 q(x) + (x+1)^2 + (-4x + 2) \\ &= (x+1)^2 [(x+1)q(x) + 1] + (-4x + 2) \end{aligned}$$

根據除法原理  $f(x)$  除以  $(x+1)^2$  之商式為

$(x+1)q(x) + 1$ ，餘式為  $-4x + 2$

$\therefore a = -4$ ， $b = 2$

$\Rightarrow a + b = -4 + 2 = -2$

15. 技巧與分析

(1) 兩點式：若  $x_1 \neq x_2$ ， $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$

$$\Rightarrow \vec{AB} : (y - y_1) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

(2) 二元一次不等式在直角坐標系上判斷

解析

(1) 過  $A$ 、 $B$  兩點直線

$$y = 0$$

$\Rightarrow$  依圖  $y \geq 0$

(2) 過  $A$ 、 $D$  兩點直線

$$x = 0$$

$\Rightarrow$  依圖  $x \geq 0$

(3) 過  $B$ 、 $C$  兩點直線  $x = 1$

$\Rightarrow$  依圖  $x \leq 1$

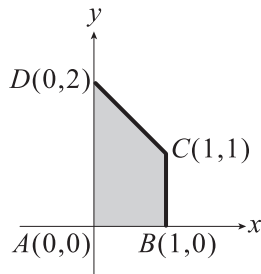
(4) 過  $C$ 、 $D$  兩點直線  $(y - 2) = \frac{2 - 1}{0 - 1}(x - 0)$

$$\Rightarrow y - 2 = -x$$

$$\Rightarrow x + y = 2$$

$\Rightarrow$  依圖  $x + y \leq 2$

故選(D)



16. 技巧與分析

需會行列式降階

解析

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} &= (-1)^{2+1} \times 2 \times \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ &+ (-1)^{2+2} \times 1 \times \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \\ &+ (-1)^{2+3} \times 1 \times \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \\ &= (-2) \times \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 1 \times \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \\ &+ (-1) \times \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

與題目比較得

$$a = -2, x = 2, b = 1, y = -2, c = -1, z = 2$$

$$\therefore a + b + c + x + y + z = 0$$

17. 技巧與分析

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c, n \neq -1$$

$$\text{若 } \int f(x) dx = F(x)$$

$$\Rightarrow \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

解析

$$\begin{aligned} &\int_{-2}^2 (30x^5 - 16x^7 - 20x^3) dx \\ &= \left( \frac{30}{5+1} x^{5+1} - \frac{16}{7+1} x^{7+1} - \frac{20}{3+1} x^{3+1} + c \right) \Big|_{-2}^2 \\ &= (5x^6 - 2x^8 - 5x^4 + c) \Big|_{-2}^2 \\ &= (5 \times 2^6 - 2 \times 2^8 - 5 \times 2^4 + c) \\ &\quad - [5 \times (-2)^6 - 2 \times (-2)^8 - 5 \times (-2)^4 + c] \\ &= 0 \end{aligned}$$

18. 技巧與分析

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \text{ 之漸近線}$$

$$\Rightarrow a(y-k) + b(x-h) = 0$$

$$\text{及 } a(y-k) - b(x-h) = 0$$

解析

已知漸近線不會與其所屬之雙曲線有交點

$$\text{又 } C : \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1 \text{ 之漸近線為 } \begin{cases} 4x + 5y = 0 \\ 4x - 5y = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{4}{5}x \\ y = \frac{4}{5}x \end{cases}$$

故選(D)

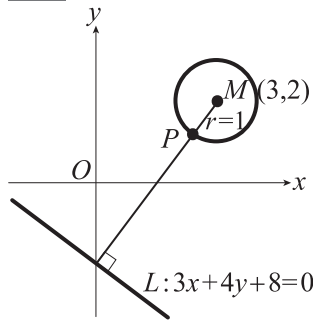
〔備註〕與雙曲線不相交的直線並非只有雙曲線之兩條漸近線而已

19. 技巧與分析

(1) 點到直線距離公式

(2) 最短距離 =  $d - r$

解析



$$\text{圓 } C : (x-3)^2 + (y-2)^2 = 1$$

⇒ 得圓心  $M(3,2)$ ，半徑  $r=1$

圓心  $M(3,2)$  至直線  $L: 3x+4y+8=0$

$$\begin{aligned} \text{之距離為 } d(M,L) &= \frac{|3 \times 3 + 4 \times 2 + 8|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \\ &= \frac{25}{5} = 5 \end{aligned}$$

$$\text{最短距離} = d(M,L) - r = 5 - 1 = 4$$

20. 技巧與分析

乘法原理

解析

參賽選手的選擇分為

選1位打單打及選2位打雙打兩步驟

先選1位打單打有  $C_1^5 = 5$  種

再從剩下4位選2位打雙打有  $C_2^4 = 6$  種

所以有  $5 \times 6 = 30$  種

21. 技巧與分析

因式定理、多項式除法

解析

已知  $-3$  為其中一解

⇒  $(x+3)$  為  $x^3 - x^2 - 11x + 3$  之因式

⇒ 分解  $x^3 - x^2 - 11x + 3$

$$= (x+3)(x^2 - 4x + 1) = 0$$

$$\begin{array}{r|l} 1 & -1 & -11 & +3 & -3 \\ & -3 & +12 & -3 & \\ \hline 1 & -4 & +1 & & +0 \end{array}$$

$$1 \quad -4 \quad +1 \quad | +0$$

∴  $\alpha$ 、 $\beta$  為  $x^2 - 4x + 1 = 0$  之兩根

根據根與係數得  $\alpha + \beta = 4$ ， $\alpha\beta = 1$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 16 - 4 = 12$$

$$\therefore |\alpha - \beta| = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

22. 技巧與分析

(1) 拋物線的標準式

(2) 解方程式

解析

$A(-1,4)$  及  $B(5,4)$  在  $y = C(x-h)^2$  上

$$\Rightarrow 4 = C(-1-h)^2 \text{ 且 } 4 = C(5-h)^2$$

$$\Rightarrow C(-1-h)^2 = C(5-h)^2$$

因為  $H$  為拋物線，所以  $C \neq 0$

$$\Rightarrow (-1-h)^2 = (5-h)^2$$

$$\Rightarrow 1 + 2h + h^2 = 25 - 10h + h^2$$

$$\Rightarrow 12h = 24$$

$$\Rightarrow h = 2$$

$$\Rightarrow 4 = C(-1-2)^2$$

$$\Rightarrow C = \frac{4}{9}$$

$$\therefore C + h = \frac{4}{9} + 2 = \frac{22}{9}$$

## 23. 技巧與分析

$$(1) A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$$

$$(2) \vec{a} = (a_1, a_2), \vec{b} = (b_1, b_2)$$

$$\text{若 } \vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow a_1 = b_1 \text{ 且 } a_2 = b_2$$

解析

$$\overrightarrow{AB} = (2-3, -3-1) = (-1, -4)$$

$$\overrightarrow{AC} = (7-3, -1-1) = (4, -2)$$

$$\overrightarrow{CD} = (x-7, y+1)$$

$$\text{又 } \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Rightarrow (-1, -4) + 2(4, -2) = (x-7, y+1)$$

$$\Rightarrow (7, -8) = (x-7, y+1)$$

$$\Rightarrow x-7=7 \text{ 且 } y+1=-8$$

$$\Rightarrow x=14 \text{ 且 } y=-9$$

$$\Rightarrow x+y=5$$

## 24. 技巧與分析

$$a_n = a_m + (n-m)d$$

解析

依題意假設等差數列  $\langle a_n \rangle$

$$\Rightarrow a_{11} = 31, a_{16} = 56$$

$$\Rightarrow a_{16} = a_{11} + (16-11)d, d \text{ 為公差}$$

$$\Rightarrow 56 = 31 + 5d$$

$$\Rightarrow d = 5$$

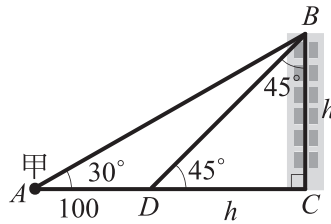
$$a_{20} = a_{16} + 4d = 56 + 4 \times 5 = 76$$

## 25. 技巧與分析

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

解析

依題作圖如下：



設大樓高  $\overline{BC} = h$ ，則  $\overline{DC} = h$

在  $\triangle ABC$  中

$$\tan 30^\circ = \frac{h}{100+h} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}h = 100 + h$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}h - h = 100$$

$$\Rightarrow h(\sqrt{3} - 1) = 100$$

$$\Rightarrow h = \frac{100}{\sqrt{3}-1} = 50(\sqrt{3}+1)$$

故所求為  $50(\sqrt{3}+1)$