

數學 (A)

一、試題分析

106 年數學(A)試題除了「三角函數及其應用」5 題、「圓與直線」僅 1 題之外，其餘章節皆 2 到 3 題，本份試題著重觀念理解，以基本運算、定義判斷取代繁瑣計算，特別是第 5 題將統計分析以直方圖呈現，檢視學生視圖能力，頗有新意，但整份試卷算是相當容易拿高分的試卷。

①基本公式題：檢視考生是否能清楚題意、熟悉公式。

第 1 題：等差數列與等差級數公式

第 2 題：等比數列公式

第 6 題：斜率公式

第 7 題：一元二次不等式的計算

第 9 題：向量加法與逆向量

第 10 題：除法原理以及利用長除法求解

第 11 題：餘式定理

第 12 題：向量內積公式

第 17 題：圓的標準式與一般式中，圓心與半徑的判斷

②基本觀念題：著重考生對各單元觀念的理解。

第 4 題：有向角所在象限的判斷

第 5 題：統計圖表的判讀

第 13 題：指數運算

第 15 題：畫出三角形，分辨出直角三角形中，各角的三角函數值

第 16 題：圖解聯立二元一次不等式

第 18 題：不盡相異物的排列數計算

第 19 題：乘法原理與組合的統整計算

第 22 題：統計量經線性變換後的標準差計算

第 23 題：解析常態分配圖

第 24 題：繪出二元一次不等式圖形之後，利用可行解區域求出目標函數的最大、最小值。

③稍微有點變化題，但不難

第 3 題：扇形弧長與面積公式的綜合應用

第 8 題：利用銳角三角函數的定義，以正弦函數求出三角形對邊長。

第 14 題：此題須熟悉指對數定義的轉換，方能以簡馭繁，正確解題。

第 20 題：兩骰子點數和的各種機率命題求解，包括點數和小於 7 的機率、點數和為 5 的倍數的機率、聯集與交集的綜合運算。

第 25 題：期望值的運算，首先須求出各種狀況的機率，再進一步利用期望值公式求解，本題不難，但計算稍多，考生須耐心、細心計算。

二、配分比例表

單元名稱	題數	單元名稱	題數
直線方程式	1	圓與直線	1
三角函數及其應用	5	數列與級數	2
向量	2	排列組合	2
式的運算	2	機率與統計	5
指數與對數及其運算	2		
不等式及其應用	3		



106 學年度四技二專統一入學測驗

數學 (A)

總	分

數學 A 參考公式

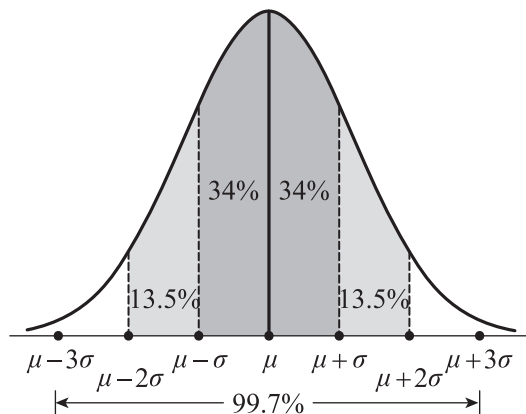
1. 在半徑 r 的圓內，圓心角 θ (弧度) 所對應之扇形
弧長 $S = r\theta$ 。

$$\text{面積 } A = \frac{1}{2}r^2\theta。$$

2. 首項為 a_1 ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S_n = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}$ 。

$$\text{首項為 } a_1, \text{ 公比為 } r (r \neq 1) \text{ 的等比數列前 } n \text{ 項之和為 } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}。$$

3. 平均數 μ 、標準差 σ 的常態分佈圖



4. 設有一組抽樣資料 x_1, x_2, \dots, x_n ，其算術平均數為 \bar{x} ，則樣本標準差為

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}。$$

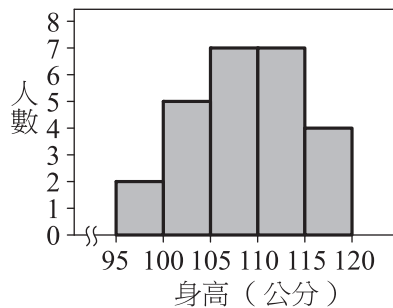
單選題 (每題 4 分，共 100 分)

- () 1. 今有一等差數列 $\langle a_n \rangle$ ，若前二項為 $a_1 = 3$ 、 $a_2 = 2$ ，則此數列前 16 項之和 $S_{16} =$
(A) -80 (B) -72 (C) -64 (D) -56。

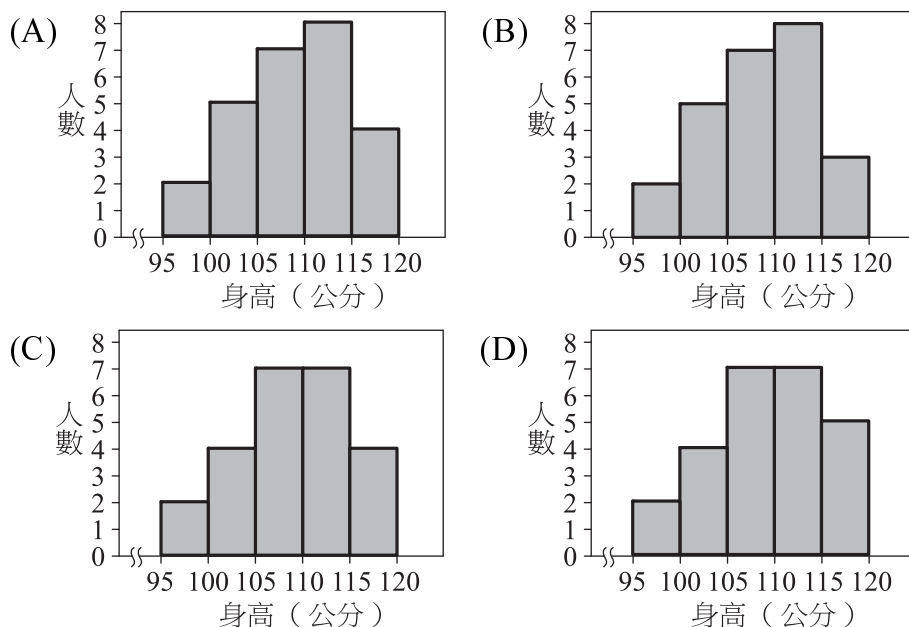
- () 2. 已知 a 、 b 為實數，若 a 、 2 、 3 、 b 為一等比數列，則 $a + b =$

(A) 4 (B) $\frac{31}{6}$ (C) $\frac{35}{6}$ (D) 7。

- () 3. 設某扇形之弧長為 a 公分且其面積為 b 平方公分，若 $2a = b$ ，則此扇形之半徑為多少公分？
 (A)1 (B)2 (C)3 (D)4。
- () 4. 四個有向角分別為甲： -640° 、乙： 123° 、丙： 275° 、丁： 640° ，則哪幾個有向角在標準位置上是第四象限角？
 (A)甲、乙 (B)丙、丁 (C)甲、丁 (D)乙、丙。
- () 5. 某幼兒園班上 25 位小朋友身高分佈之直方圖如圖(一)。今班上轉出一位身高 116 公分之小朋友，轉入一位身高 113 公分之小朋友，則此時班上小朋友身高分佈之直方圖為何？

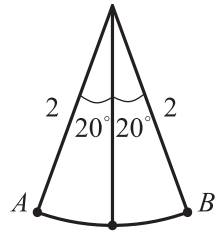


圖(一)



- () 6. 求過坐標平面上兩點 $(0,0)$ 、 $(-1,5)$ 之直線的斜率為何？
 (A) -5 (B) $-\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) 5 。
- () 7. 下列何者為一元二次不等式 $7x^2 - 48x - 7 > 0$ 的解？
 (A) $x < \frac{-1}{7}$ 或 $x > 7$ (B) $\frac{-1}{7} < x < 7$ (C) $x < -7$ 或 $x > \frac{1}{7}$ (D) $-7 < x < \frac{1}{7}$ 。

- () 8. 有一鐵鏈長度為2公尺的鞦韆，若一小朋友於鉛直方向兩側擺動圓心角各 20° 至 A 、 B 二點如圖(二)，則線段 \overline{AB} 長為多少公尺？



圖(二)

- () 9. $\triangle ABC$ 中，若向量 $\overrightarrow{AB} = (3, -4)$ ， $\overrightarrow{BC} = (1, 1)$ ，則向量 \overrightarrow{CA} 為何？

(A) $(4, -3)$ (B) $(-4, 3)$ (C) $(2, -5)$ (D) $(-2, 5)$ 。

- () 10. 已知 a 、 b 為實數，若 $x^3 + ax^2 + bx - 6$ 有因式 $x^2 - x + 3$ ，則 $a + b =$

(A) -2 (B) 0 (C) 2 (D) 4 。

- () 11. 已知 a 為實數，若多項式 $f(x) = 3x^3 + ax^2 + 5x + 62$ 除以 $x - 3$ 的餘式為 95 ，則 $a =$

(A) -7 (B) -5 (C) -3 (D) -1 。

- () 12. 設兩向量 $\vec{a} = (x - 1, 1)$ ， $\vec{b} = (x + 2, 2)$ 。若滿足內積 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$ 之 x 有兩解 α 、 β ，則 $\alpha + \beta =$

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2 。

- () 13. 已知 a 、 b 為實數，若 $\sqrt{32} = 2^a$ 且 $\frac{1}{\sqrt{8}} = 2^b$ ，則 $a + b =$

(A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2 。

- () 14. 若 $\log_8 a = \frac{1}{2}$ ，則 $\log_2 \left(\frac{a}{2} \right) =$

(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ 。

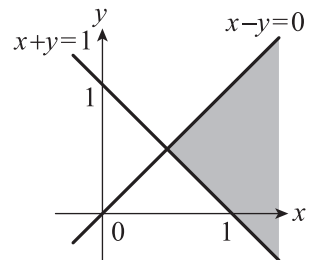
- () 15. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 90^\circ$ ， $\sin B = \frac{3}{5}$ ，則 $\sin A + \tan B + \cos C =$

(A) $\frac{27}{20}$ (B) $\frac{29}{15}$ (C) $\frac{47}{20}$ (D) $\frac{44}{15}$ 。

- () 16. 下列聯立不等式中，何者之圖解如圖(三)陰影的部分？

(A) $\begin{cases} x + y \geq 1 \\ x - y \geq 0 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x + y \leq 1 \\ x - y \geq 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x + y \geq 1 \\ x - y \leq 0 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x + y \leq 1 \\ x - y \leq 0 \end{cases}$ 。



圖(三)

- () 17. 設圓 $C_1 : (x + 6)^2 + (y + 2)^2 = 4$ 的半徑為 r_1 ，

圓 $C_2 : x^2 + y^2 - 12x - 6y + 20 = 0$ 的半徑為 r_2 ，若 C_1 與 C_2 二圓心的距離為 d ，則 $d - r_1 - r_2 =$

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 。

- () 18. 由 2、2、3、3、4、4、4 這七個數字排成一列，則共可排成多少個不同的七位數？
 (A)140 (B)210 (C)350 (D)420。
- () 19. 某餐廳推出之套餐包含二種不同的配菜、一種主菜及一杯飲料。若有四種配菜、三種主菜及五種飲料可供選擇，則共可搭配出多少種不同組合的套餐？
 (A)12 (B)15 (C)60 (D)90。
- () 20. 投擲二粒公正骰子，設事件 A 是點數和小於 7 的事件；事件 B 是點數和為 5 的倍數的事件，求 $P(A \cup B) =$
 (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{5}{36}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ 。
- () 21. 若 $y = \sin 2x$ 的週期為 a ， $y = 2 \sin x$ 的週期為 b ，則 $a + 2b =$
 (A) 2π (B) 4π (C) 5π (D) 6π 。
- () 22. 有 50 個數值資料 x_1, x_2, \dots, x_{50} ，現將每個數值均乘以 0.6 再加上 40 後，得到新的 50 個數值資料 $0.6x_1 + 40, 0.6x_2 + 40, \dots, 0.6x_{50} + 40$ 。若新資料的標準差為 15，則原資料 x_1, x_2, \dots, x_{50} 的標準差為何？
 (A)9 (B)25 (C)49 (D)65。
- () 23. 某次數學考試共有 1000 人參加。若成績呈常態分配，且平均數為 62 分，標準差為 8 分，則成績低於 70 分的人數為何？
 (A)介於 581 人與 660 人之間 (B)介於 661 人與 740 人之間
 (C)介於 741 人與 820 人之間 (D)介於 821 人與 900 人之間。
- () 24. 在聯立不等式 $\begin{cases} x - y \leq 0 \\ y \leq 6 \\ 2x - y \geq 2 \end{cases}$ 的條件下，若 $f(x, y) = x - 2y$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，則 $M - m =$
 (A)2 (B)4 (C)6 (D)8。
- () 25. 某公司年終尾牙摸彩活動，將 10 顆大小、重量皆相同的球放在袋中，其中有 3 顆紅球、6 顆白球、1 顆金球。假設每顆球被取出的機率相等，每位員工自此袋中取出兩球，給獎規則如下：
 (1)取出兩球之中有金球者為特獎，可得 20000 元獎金；
 (2)取出兩球均為白球者為貳獎，可得 2400 元獎金；
 (3)取出兩球為一紅球、一白球為參獎，可得 1000 元獎金；
 (4)取出兩球均為紅球者，則沒有獎金。
 若依上述規則進行抽獎，則每位員工得到獎金的期望值為多少元？
 (A)5200 (B)5400 (C)5600 (D)5800。

106 年統一入學測驗 數學(A)

答 案

1.B 2.C 3.D 4.B 5.B 6.A 7.A 8.A 9.B 10.C
 11.A 12.A 13.C 14.D 15.C 16.A 17.D 18.B 19.D 20.D
 21.C 22.B 23.D 24.C 25.A

本試題答案係依據統一入學測驗中心於 106 年 5 月 8 日公布之標準答案

1. 技巧與分析

(1) 等差數列公式：

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

(2) 等差級數前 n 項和公式：

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

解析

由 $a_2 = a_1 + (2-1)d$

$$\Rightarrow 2 = 3 + 1 \times d$$

得 $d = -1$

故 $S_{16} = \frac{16}{2}[2 \times 3 + (16-1) \times (-1)] = -72$

2. 技巧與分析

等比數列第 n 項公式： $a_n = a_1 \times r^{n-1}$

解析

若 a 、 2 、 3 、 b 為一等比數列

$$\text{則 } r = \frac{3}{2}$$

且 $2 = ar \Rightarrow 2 = a \times \frac{3}{2}$ 得 $a = \frac{4}{3}$

$$b = 3r \Rightarrow b = 3 \times \frac{3}{2}$$
 得 $b = \frac{9}{2}$

所以 $a+b = \frac{4}{3} + \frac{9}{2} = \frac{35}{6}$

3. 技巧與分析

扇形弧長 $S = r\theta$ ，面積 $A = \frac{1}{2}r^2\theta$

解析

設扇形圓心角為 θ ，半徑為 r

$$\text{則 } \begin{cases} a = r\theta \\ b = \frac{1}{2}r^2\theta \end{cases}$$

$$\therefore 2a = b \Rightarrow \begin{cases} a = r\theta \dots\dots \textcircled{1} \\ 2a = \frac{1}{2}r^2\theta \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

由 $\frac{\textcircled{2}}{\textcircled{1}}$ 得 $\frac{2a}{a} = \frac{\frac{1}{2}r^2\theta}{r\theta} \Rightarrow 2 = \frac{1}{2}r$

所以 $r = 4$

4. 技巧與分析

(1) 象限角觀念：

一： $0^\circ < \theta < 90^\circ$

二： $90^\circ < \theta < 180^\circ$

三： $180^\circ < \theta < 270^\circ$

四： $270^\circ < \theta < 360^\circ$

(2) 同界角觀念：

$\theta_2 = \theta_1 + 2n\pi$ (n 為整數)，則 θ_1 與 θ_2 為同界角

解析

甲： $-640^\circ + 360^\circ \times 2 = 80^\circ$ ， $0^\circ < 80^\circ < 90^\circ$

\therefore 第一象限角

乙： $123^\circ \Rightarrow 90^\circ < 123^\circ < 180^\circ$

\therefore 第二象限角

丙： $275^\circ \Rightarrow 270^\circ < 275^\circ < 360^\circ$

\therefore 第四象限角

丁： $640^\circ - 360^\circ \times 1 = 280^\circ$ ， $270^\circ < 280^\circ < 360^\circ$

\therefore 第四象限角

故(丙)(丁)為第四象限角

5. 技巧與分析

直方圖的資料整理與次數分配表的繪製

解析

(1) 將原題改為次數分配表

身高	人數	
95~100	2	
100~105	5	
105~110	7	
110~115	7	$\leftarrow 7+1=8$ (轉入一位113 cm)
115~120	4	$\leftarrow 4-1=3$ (轉出一位116 cm)

(2) 轉出一位116公分，轉入一位113公分，其餘不變

故直方圖為圖(B)

6. 技巧與分析

斜率公式：已知兩點 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ，

則過兩點之斜率 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

解析

兩點 $(0,0)$ 、 $(-1,5)$

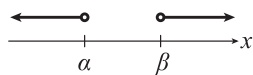
由 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ，得 $m = \frac{5-0}{-1-0} = -5$

7. 技巧與分析

一元二次不等式

$(x-\alpha)(x-\beta) > 0$ ($\alpha < \beta$)，

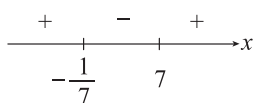
其解為 $x < \alpha$ 或 $x > \beta$



解析

解 $7x^2 - 48x - 7 > 0$

$\Rightarrow (7x+1)(x-7) > 0$

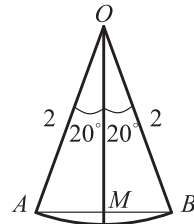


故 $x < -\frac{1}{7}$ 或 $x > 7$

8. 技巧與分析

銳角三角函數， $\sin \theta = \frac{\text{對邊}}{\text{斜邊}}$

解析



由圖，可先求出 \overline{AM}

在 $\triangle OAM$ 中， $\sin 20^\circ = \frac{\overline{AM}}{2}$

$\Rightarrow \overline{AM} = 2 \sin 20^\circ$

故 $\overline{AB} = 4 \sin 20^\circ$

9. 技巧與分析

(1) 向量加法 $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

(2) 逆向量 $\vec{BA} = -\vec{AB}$

解析

由 $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

故 $\vec{AC} = (3, -4) + (1, 1) = (3+1, -4+1) = (4, -3)$

則 $\vec{CA} = -\vec{AC} = (-4, 3)$

10. 技巧與分析

利用除法原理：被除式 = 除式 \times 商式 + 餘式

解析

$x^3 + ax^2 + bx - 6$ 有因式 $x^2 - x + 3$

可利用長除法且其餘式 = 0

$$\begin{array}{r}
 x \qquad -2 \\
 x^2 - x + 3 \overline{) x^3 \qquad + ax^2 \qquad + bx \qquad - 6} \\
 \underline{x^3 \qquad - x^2 \qquad + 3x} \\
 (a+1)x^2 \qquad + (b-3)x \qquad - 6 \\
 \underline{-2x^2 \qquad + 2x \qquad - 6} \\
 (a+3)x^2 \qquad + (b-5)x \qquad + 0
 \end{array}$$

餘式為 0，則 $a+3=0$ ， $b-5=0$

$\Rightarrow a = -3$ ， $b = 5$

故 $a+b = -3+5 = 2$

〔另解〕

$x^3 + ax^2 + bx - 6$ 有因式 $x^2 - x + 3$
 可利用長除法且其餘式 = 0

$$\begin{array}{r} 1 \quad -2 \\ 1-1+3 \overline{) 1 \quad +a \quad +b \quad -6} \\ \underline{1 \quad -1 \quad +3} \\ (a+1) \quad +(b-3) \quad -6 \\ \underline{-2 \quad +2 \quad -6} \\ 0 \end{array}$$

$$(a+1) - (-2) = 0 \Rightarrow a = -3$$

$$(b-3) - 2 = 0 \Rightarrow b = 5$$

$$\text{故 } a+b = -3+5 = 2$$

11. 技巧與分析

餘式定理： $f(x)$ 除以 $x-a$ 的餘式為 $f(a)$

解析

由餘式定理可知 $f(x)$ 除以 $x-3$ 的餘式為 95

$$\text{即 } f(3) = 95$$

$$\text{故 } 3 \times 3^3 + a \times 3^2 + 5 \times 3 + 62 = 95$$

$$\Rightarrow 9a = 95 - 81 - 15 - 62$$

$$\Rightarrow 9a = -63$$

$$\therefore a = -7$$

12. 技巧與分析

向量內積公式：

$$\vec{u} = (x_1, y_1), \vec{v} = (x_2, y_2)$$

$$\text{則 } \vec{u} \cdot \vec{v} = x_1x_2 + y_1y_2$$

解析

$$\text{由 } \vec{a} = (x-1, 1), \vec{b} = (x+2, 2), \vec{a} \cdot \vec{b} = 6$$

$$\text{得 } (x-1) \cdot (x+2) = 6$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+2) + 1 \times 2 = 6$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (x+3)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 或 } 2$$

故可設 $\alpha = -3, \beta = 2$, 則 $\alpha + \beta = -3 + 2 = -1$

13. 技巧與分析

指數運算性質：

$$(1) a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad (2) a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad (3) a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

解析

$$\sqrt{32} = 2^a \Rightarrow \sqrt{2^5} = (2^5)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{5}{2}} = 2^a$$

$$\therefore a = \frac{5}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{8}} = 2^b \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2^3}} = \frac{1}{(2^3)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2^{\frac{3}{2}}} = 2^{-\frac{3}{2}} = 2^b$$

$$\therefore b = -\frac{3}{2}$$

$$\text{故 } a+b = \frac{5}{2} + \left(-\frac{3}{2}\right) = 1$$

14. 技巧與分析

log 定義： $\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$

解析

$$\text{由 } \log_8 a = \frac{1}{2}$$

$$\text{可得 } a = 8^{\frac{1}{2}} = (2^3)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}}$$

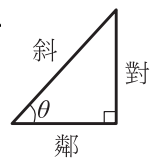
$$\begin{aligned} \text{所求 } \log_2 \left(\frac{a}{2}\right) &= \log_2 \left(\frac{2^{\frac{3}{2}}}{2}\right) = \log_2 2^{\frac{3}{2}-1} \\ &= \log_2 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

15. 技巧與分析

(1) 銳角三角函數定義：

$$\sin \theta = \frac{\text{對邊}}{\text{斜邊}}, \cos \theta = \frac{\text{鄰邊}}{\text{斜邊}}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{對邊}}{\text{鄰邊}}$$

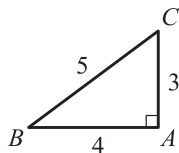


(2) 象限角的三角函數值：

$$\sin 0^\circ = 0, \sin 90^\circ = 1, \sin 180^\circ = 0, \sin 270^\circ = -1$$

解析

如圖



$$\sin B = \frac{3}{5}, \text{ 可設 } \overline{CA} = 3, \overline{BC} = 5$$

$$\text{故 } \overline{AB} = 4$$

$$\begin{aligned} \text{則 } \sin A + \tan B + \cos C &= \sin 90^\circ + \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \\ &= 1 + \frac{3}{4} + \frac{3}{5} = \frac{47}{20} \end{aligned}$$

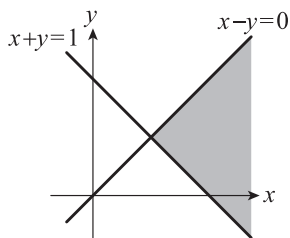
16. 技巧與分析

二元一次不等式的解區域

$$L: ax + by + c = 0, a > 0$$

若 $ax + by + c \geq 0$ 圖形為直線 L 及其右側半平面

解析



由圖可知其包含直線 $x + y = 1$ 及其右半部

則 $x + y \geq 1$

且包含直線 $x - y = 0$ 及其右半部

則 $x - y \geq 0$

$$\text{故所求為 } \begin{cases} x + y \geq 1 \\ x - y \geq 0 \end{cases}$$

17. 技巧與分析

圓方程式：

$$(1) \text{ 標準式 } \Rightarrow (x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2,$$

圓心 (h, k) ，半徑 r

$$(2) \text{ 一般式 } \Rightarrow x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0,$$

$$\text{圓心 } \left(-\frac{d}{2}, -\frac{e}{2}\right), \text{ 半徑 } \frac{1}{2}\sqrt{d^2 + e^2 - 4f}$$

解析

$$C_1: (x+6)^2 + (y+2)^2 = 4$$

$$\text{圓心 } (-6, -2), \text{ 半徑 } r_1 = \sqrt{4} = 2$$

$$C_2: x^2 + y^2 - 12x - 6y + 20 = 0$$

$$\text{圓心 } \left(-\frac{d}{2}, -\frac{e}{2}\right) = \left(-\frac{-12}{2}, -\frac{-6}{2}\right) = (6, 3)$$

$$\text{半徑 } r_2 = \frac{1}{2}\sqrt{d^2 + e^2 - 4f}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{(-12)^2 + (-6)^2 - 4 \times 20} = 5$$

$$\text{又二圓心距離 } d = \sqrt{(6+6)^2 + (3+2)^2} = 13$$

$$\therefore d - r_1 - r_2 = 13 - 2 - 5 = 6$$

18. 技巧與分析

不盡相異物「全取」的排列數：

$m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_k = n$ (第一類有 m_1 件，第二類有 m_2 件， \dots ，第 k 類有 m_k 件)，

則此 n 件不完全相異物全取的直線排列數為

$$\frac{n!}{m_1! m_2! \dots m_k!}$$

解析

2、2、3、3、4、4、4 全取，排成七位數

$$\text{共有 } \frac{7!}{2!2!3!} = 210 \text{ 個不同的七位數}$$

19. 技巧與分析

(1) 乘法原理：完成一件事有 k 步驟

第一步： m_1 種方法

第二步： m_2 種方法

\vdots

第 k 步： m_k 種方法

可知完成這件事共有 $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_k$ 種方法

(2) 組合： n 中取 m 的組合方法數 (C_m^n)

解析

配菜 4 選 2，且主菜 3 選 1，且飲料 5 選 1

由乘法原理可知

$$C_2^4 \times C_1^3 \times C_1^5 = 90 \text{ (種)}$$

20. 技巧與分析

$$(1) P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$(2) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

解析

(1) A : 點數和小於 7 的事件

(和為 2) + (和為 3) + (和為 4) + (和為 5) + (和為 6)

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)
	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)
		(3,1)	(3,2)	(3,3)
			(4,1)	(4,2)
				(5,1)

$$n(A) = 15$$

$$P(A) = \frac{15}{36}$$

(2) B : 和為 5 的倍數

(和為 5) + (和為 10)

(1,4)	(4,6)
(2,3)	(5,5)
(3,2)	(6,4)
(4,1)	

$$n(B) = \frac{7}{36}$$

(3) $A \cap B$: 即和為 5

$$\text{故 } n(A \cap B) = 4, P(A \cap B) = \frac{4}{36}$$

$$(4) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{15}{36} + \frac{7}{36} - \frac{4}{36} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

21. 技巧與分析

(1) $y = \sin x$ 的週期為 2π

(2) $y = \sin kx$ 的週期為 $\frac{2\pi}{|k|}$

解析

$y = \sin 2x$ 的週期為 $\frac{2\pi}{2} = \pi$ ($= a$)

$y = 2\sin x$ 的週期為 2π ($= b$)

故 $a + 2b = \pi + 2(2\pi) = 5\pi$

22. 技巧與分析

一組數值 x 為 x_1, x_2, \dots, x_n

y 為 y_1, y_2, \dots, y_n

其中 $y_i = ax_i + b$, 則 $S_y = |a|S_x$

(S_x, S_y : 分別為數值 x, y 的標準差)

解析

將原資料作線性變換

$$y_i = 0.6x_i + 40$$

則新標準差 $S_y = 0.6S_x$

即 $15 = 0.6 \times S_x$

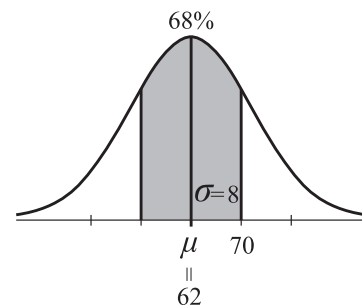
故 $S_x = 25$

23. 技巧與分析

常態分配之 68-95-99.7 法則,

有 68% 的資料落在區間 $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ 中

解析



低於 70 分的人約占 : $50\% + 34\% = 84\%$

$$\therefore 1000 \times \frac{84}{100} = 840$$

故選(D)介於 821 人到 900 人之間

24. 技巧與分析

線性規劃的解法步驟：

圖解聯立不等式

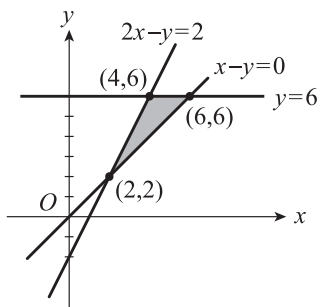
⇒ 求出各頂點坐標

⇒ 分別代入目標函數 $f(x, y)$

求出最大、最小值

解析

$$\begin{cases} x - y \leq 0 \Rightarrow \begin{array}{c|c|c} x & 0 & 1 \\ y & 0 & 1 \end{array} \\ y \leq 6 \\ 2x - y \geq 2 \Rightarrow \begin{array}{c|c|c} x & 0 & 1 \\ y & -2 & 0 \end{array} \end{cases}$$



求 $f(x, y) = x - 2y$ 之最大值 M ，最小值 m

$$f(6, 6) = -6$$

$$f(4, 6) = -8 = m$$

$$f(2, 2) = -2 = M$$

$$\therefore M - m = (-2) - (-8) = 6$$

25. 技巧與分析

期望值公式： $E = P \times M$

解析

	有金球	均白球 (二白)	一紅 一白	二紅
M	20000	2400	1000	0
P	$\frac{C_1^1 \times C_1^9}{C_2^{10}}$	$\frac{C_2^6}{C_2^{10}}$	$\frac{C_1^6 \times C_1^3}{C_2^{10}}$	$\frac{C_2^3}{C_2^{10}}$
	$\frac{9}{45}$	$\frac{15}{45}$	$\frac{18}{45}$	$\frac{3}{45}$

$$\begin{aligned} E &= 20000 \times \frac{9}{45} + 2400 \times \frac{15}{45} + 1000 \times \frac{18}{45} + 0 \times \frac{3}{45} \\ &= 5200 \text{ (元)} \end{aligned}$$